ORSAY
N° d'ordre : 3233

THESE

PRESENTEE

A L'UNIVERSITE PARIS XI

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR 3ème CYCLE
Spécialité : PHYSIQUE NUCLEAIRE

par

Catherine LE METAYER

CONTRIBUTION A L'ETUDE DES DIFFUSIONS ELASTIQUE ET INELASTIQUE DE ^{12}C SUR LES ISOTOPES ^{40}Ca ET ^{48}Ca

Soutenue le 10 juin 1982, devant la Commission d'Examen

MM.	H. SERGOLLE	Président
	R. Da SILVEIRA	
	B. GIRAUD	Examinateurs
Mme	L. PAPINEAU	

ORSAY
N° d'ordre : 3233

THESE

PRESENTEE

A L'UNIVERSITE PARIS XI

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR 3ème CYCLE
Spécialité : PHYSIQUE NUCLEAIRE

par

Catherine LE METAYER

CONTRIBUTION A L'ETUDE DES DIFFUSIONS ELASTIQUE ET INELASTIQUE DE ^{12}C SUR LES ISOTOPES ^{40}Ca ET ^{48}Ca

Soutenue le 10 juin 1982, devant la Commission d'Examen

MM.	H. SERGOLLE	Président
	R. Da SILVEIRA	
	B. GIRAUD	Examinateurs
Mme	L. PAPINEAU	

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

A ma mère, à mon père
A Jean-Luc.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41543522_0029

Remerciements

Je tiens à remercier M.S. Harar, Chef du DPh-N/BE, pour m'avoir accueillie dans son laboratoire.

Je tiens également à remercier tout particulièrement M.H. Sergolle qui a accepté de présider le jury de cette thèse, ainsi que MM. R. Da Silveira et B. Giraud qui ont bien voulu en faire partie.

Que Mme L. Papineau soit remerciée pour m'avoir accueillie dans son équipe et pour avoir dirigé ce travail.

Mme C. Lévi, MM. N. Alamanos et W. Mittig m'ont toujours chaleureusement aidée et n'ont jamais refusé de me donner les explications dont j'avais besoin, je leur en suis très reconnaissante. Je les remercie également de leur constante bonne humeur, contrastant parfois avec la mienne.

Je remercie MM. L. Bianchi, B. Berthier et A. Greiner pour avoir assuré la maintenance du QDDD et le bon fonctionnement du compteur.

M. Avril et toute l'équipe d'électronique m'ont aidée avec gentillesse, je les en remercie.

Que Mlle Doury soit remerciée pour le soin qu'elle a apporté à la fabrication des cibles.

Je remercie M. Girma et l'équipe de conduite du Van de Graaff Tandem, sans qui les expériences présentées dans ce travail n'auraient pu être réalisées.

Je suis reconnaissante à MM. R. Moreau, Y. Lussignol et C. Volant qui m'ont initiée à l'utilisation des calculateurs.

Je remercie Mme Gugenberger, ainsi que MMmes Thureau, Cheveaux et M. D. Bouziat pour leur gentillesse lors de la réalisation de ce mémoire.

Table des Matières

Chapitre I : TECHNIQUES EXPERIMENTALES 3

1. Description rapide de l'accélérateur et de la source d'ions . 4
2. Analyse avec le spectromètre magnétique QDDD 5

a) Description rapide du spectromètre 5
b) Résolution et transport du faisceau 6
c) Aberrations. Corrections cinématiques 7

3. Détection dans le plan focal du spectromètre 9

a) Principe et description du compteur 9
b) Identification des particules 11

4. Electronique 12
5. Cibles 13
6. Problèmes liés à la résolution 14
7. Normalisation et valeurs absolues 15

Chapitre II : PRESENTATION DES RESULTATS 17

1. Mesures effectuées 17
2. Résultats 21

Chapitre III. LE POTENTIEL OPTIQUE 26

1. Diffusion élastique 26
2. Diffusion inélastique 39

Chapitre IV : ANALYSES SEMI-CLASSIQUES 45

1. Généralités sur les méthodes semi-classiques 45

a) Théorie classique de la diffusion 45
b) Méthodes semi-classiques 48

2. Méthode de Da Silveira 49

3. Méthode de Brink et Takigawa 64

a) Diffusion élastique 64
b) Diffusion inélastique 76

Conclusions 81

Références 83

Introduction

Aux énergies des accélérateurs tandem, la diffusion élastique des ions ^{12}C et ^{16}O sur les noyaux de la fin de la couche (s,d) fait apparaître de fortes remontées à l'arrière dans les distributions angulaires, corrélées à l'apparition de structures dans les fonctions d'excitation à 180°. Si une description univoque de ces structures fait toujours défaut, un fait est maintenant bien acquis : les remontées à l'arrière des sections efficaces sont liées à la transparence du potentiel à la surface.

Il existe une autre région angulaire, où cette transparence de surface se manifeste par les propriétés de réfraction du potentiel réel : c'est celle des angles intermédiaires, à l'arrière de l'angle arc-en-ciel.

L'étude des diffusions élastique et inélastique de ^{16}O sur ^{40}Ca [1,2] dans cette région angulaire a montré que les oscillations de la distribution angulaire sont à attribuer à l'interférence de trajectoires réfractées et dans cette étude, la règle de phase de réfraction (Da Silveira) entre les oscillations des diffusions élastique et inélastique avait été observée.

Le présent travail, utilisant un faisceau de ^{12}C (à une énergie correspondant aux mêmes moments angulaires critiques que le faisceau ^{16}O de [2]) a été entrepris,afin de chercher sur une autre voie d'entrée les manifestations de la réfraction par le potentiel réel sur les distributions angulaires, et en particulier l'observation des règles de phase entre les oscillations de la diffusion élastique et de la diffusion inélastique de ^{12}C sur ^{40}Ca et ^{48}Ca.

La comparaison entre les distributions angulaires de diffusion élastique de ces deux isotopes avait montré [3] que les oscillations étaient pratiquement inexistantes pour le système $^{12}C + ^{48}Ca$ et l'analyse en modèle optique avait conclu à une absorption de surface plus forte pour ^{48}Ca que pour ^{40}Ca.

Nos mesures ont porté sur les diffusions élastique et inélastique de ^{12}C sur ^{40}Ca et ^{12}C sur ^{48}Ca à la même énergie dans le système du centre de masse

(34,6 MeV). Notre but était de ne pas nous limiter à une analyse par le modèle optique, mais d'utiliser des méthodes d'analyses semi-classiques pour essayer d'obtenir une meilleure compréhension des différences observées sur les distributions angulaires des deux isotopes extrêmes de calcium.

Nous exposerons en premier lieu les techniques expérimentales (chapitre I) puis présenterons les résultats expérimentaux (chapitre II). Le chapitre III sera consacré à l'analyse par le modèle optique et le chapitre IV regroupe les analyses semi-classiques que nous avons effectuées.

Chapitre I

TECHNIQUES EXPERIMENTALES

Nous avons mesuré les distributions angulaires élastiques et inélastiques $^{40}Ca(^{12}C,^{12}C)^{40}Ca$ et $^{48}Ca(^{12}C,^{12}C)^{48}Ca$ à 34,6 MeV dans le système du centre de masse (CM).

Les deux premiers niveaux de ^{40}Ca que nous avons excités sont un niveau 3^- à 3,737 MeV et un niveau 2^+ à 3,904 MeV. Comme ces niveaux sont distants de 167 keV, nous avons détecté les particules émises sur la focale du spectromètre magnétique QDDD, dont la résolution nous permet de séparer ces deux niveaux.

En ce qui concerne ^{48}Ca, la résolution du QDDD nous était nécessaire, d'une part pour séparer les contributions provenant des isotopes légers de calcium contenus dans la cible, et d'autre part, pour séparer le pic de diffusion inélastique de ^{12}C(4,43 MeV) du pic provenant de la diffusion inélastique $^{48}Ca(^{12}C,^{12}C)^{48}Ca^*$ sur le niveau 2^+ (3,84 MeV) qui a fait l'objet de notre étude.

La chambre à cibles du QDDD permet l'introduction de sas dans lesquels sont contenues les cibles de calcium, afin d'éviter l'oxydation.

La détection a été effectuée dans un compteur à gaz équipant la focale du spectromètre, et permettant de mesurer les trois grandeurs : énergie (E), perte d'énergie (ΔE) et position le long de la focale, nécessaires pour identifier les particules émises.

Les faisceaux de ^{12}C étaient fournis par l'accélérateur Van de Graaff Tandem de Saclay.

1. DESCRIPTION RAPIDE DE L'ACCELERATEUR ET DE LA SOURCE D'IONS

Les expériences de diffusions élastiques et inélastiques qui ont fait l'objet de notre étude, ont été réalisées auprès de l'accélérateur Van de Graaff tandem de Saclay.

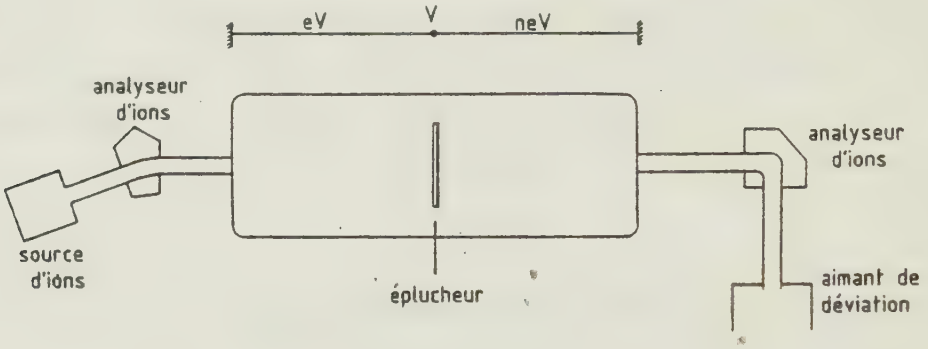
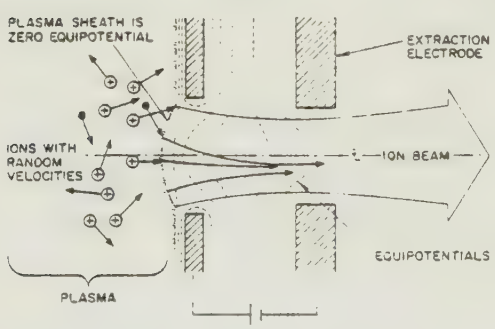


Figure 1 - Schéma simplifié du tandem

Cet accélérateur est un accélérateur électrostatique dont le principe est le suivant (Figure 1) :

On ajoute des électrons aux ions issus de la source, qui, devenant négatifs, sont accélérés dans une première étape par une haute tension V de plusieurs millions de volts. Ils acquièrent une énergie E_1 = eV. On fait perdre n électrons à ces ions en leur faisant traverser un éplucheur situé au niveau de la haute tension (dans nos expériences, une mince feuille de carbone). Cette tension repousse les ions devenus positifs et, dans une deuxième étape, ils acquièrent une énergie E_2 = neV. On obtient donc à la sortie de l'accélérateur un faisceau d'ions d'énergie E = (n+1)eV. Un aimant à 90° sélectionne à la sortie, pour un état de charge, une énergie et le faisceau est ensuite dévié, vers la salle d'expérience choisie, par un aimant de déviation.



Les ions ^{12}C injectés dans l'accélérateur sont issus d'une source duoplasmatron dont le principe est exposé sur la Figure 2.

Figure 2 - Principe d'une source duoplasmatron.

Une décharge d'arc de quelques centaines de volts est maintenue entre une cathode chauffée et une anode. Les électrons du filament sont accélérés à travers le gaz à ioniser. Le plasma créé est confiné près de l'anode grâce à une électrode intermédiaire conique. Dans une source duoplasmatron, le plasma est, de plus, condensé par un champ magnétique non uniforme, qui limite l'intense ionisation dans une région de faible volume, près de l'ouverture d'extraction.

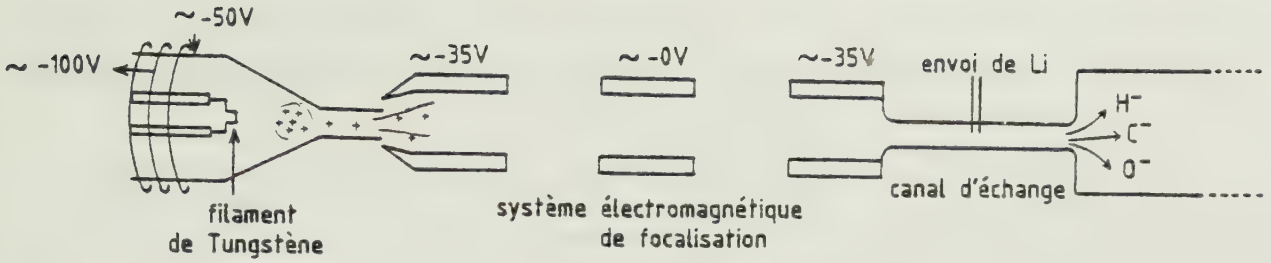


Figure 3 - Source duoplasmatron du tandem

Dans nos expériences le gaz initial était du gaz carbonique additionné, soit d'hélium, soit d'hydrogène, pour augmenter la durée de vie du filament. Un système d'électrodes et d'aimants (Figure 3) focalise à la sortie de la tête de source, les divers ions dissociés par les électrons : He^+, He^{++}, C^+, O^+ ... A ce niveau, le faisceau a une intensité de quelques mA. Le gaz envoyé dans le canal d'échange pour ajouter des électrons aux ions, était, dans notre cas, du lithium. Les chocs successifs entre les atomes de lithium et les ions finissent par engendrer des ions C^-, O^- ... qui forment un faisceau de quelques µA. L'efficacité et le rendement de ce système sont fonction de la pression du gaz et de la longueur du canal d'échange. A la sortie de ce canal, les ions sont séparés par un champ magnétique, puis sont injectés dans l'accélérateur [4].

2. ANALYSE AVEC LE SPECTROMETRE MAGNETIQUE QDDD

a) Description rapide du spectromètre

Le QDDD est composé d'un quadrupôle et de trois dipôles. Il est caractérisé par une grande dispersion et un grand angle solide d'ouverture maximale de 14,7 msr. Sa surface focale est un arc de cylindre de 2,40 m de rayon (Figure 4).

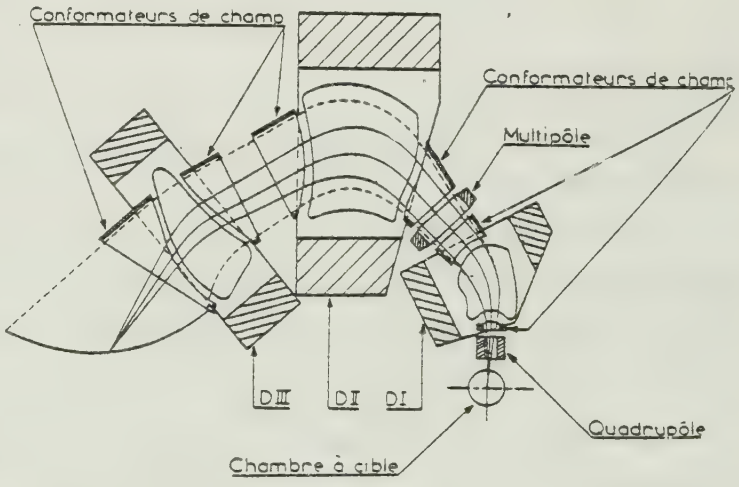


Figure 4 - Vue schématique du QDDD.

Dans une induction magnétique uniforme $\vec{B}$, les ions sont soumis à la force de Laplace et leurs trajectoires sont des cercles de rayons ρ. La grandeur qui relie les caractéristiques de l'ion au champ B et au rayon de courbure ρ est la rigidité magnétique dont l'expression est :

$$B\rho = \frac{\sqrt{2mE}}{q}$$

où m, E et q sont respectivement la masse, l'énergie et la charge de la particule déviée. Cette relation montre que, si m et q sont connus, E est déterminée par la connaissance du rayon de courbure ρ.

La focalisation est assurée par le quadrupôle d'entrée et les dipôles, dont l'inclinaison des faces a été choisie afin d'optimiser les propriétés de focalisation du spectromètre. Le quadrupôle focalise dans le plan vertical, et produit au niveau du multipôle, une image de la tache du faisceau sur la cible. L'image finale au niveau de la focale est obtenue à l'aide des champs de fuite des dipôles D_{II} et D_{III}.

b) Résolution et transport du faisceau

Les spectromètres magnétiques sont caractérisés par leur grandissement et leur dispersion, notées G et D. Le grandissement G est le rapport entre la taille de l'image au niveau de la focale et la taille de l'objet, soit de la tache du faisceau sur la cible.

Le pouvoir de résolution d'un spectromètre est, *au premier ordre* [5], c'est-à-dire pour de faibles ouvertures angulaires :

$$\frac{p}{dp} = \frac{D\rho_o}{Gx} \quad \text{ou} \quad \frac{E}{dE} = \frac{1}{2}\frac{D\rho_o}{Gx} \qquad (1)$$

ρ_o étant la trajectoire se confondant avec l'axe optique du spectromètre, dite trajectoire centrale, et x la dimension de l'objet.

En ce qui concerne le QDDD de Saclay, ρ_o vaut 90 cm. Les valeurs de D et G sont fixées par la géométrie de l'ensemble et valent respectivement 13 cm/% en $\frac{dp}{p}$ et 1,80. Le grandissement dont il est question ici est le grandissement horizontal. Cela signifie qu'une tache du faisceau sur la cible d'une largeur de 1 mm donne une image de 1,80 mm sur la focale. Compte tenu de ces valeurs de G et D, et d'après la formule (1), une résolution en énergie de 2×10^{-4} (performance réalisable au QDDD) ne peut être obtenue que si la taille du faisceau sur la cible est de 0,64 mm. On comprend donc aisément que la qualité du transport du faisceau, de l'accélérateur à la cible, soit un facteur important.

Les éléments principaux de la ligne de transport, qui assurent une bonne convergence du faisceau sur la cible, sont deux quadrupôles entre lesquels se trouve un système de lèvres d'ouverture réglable qui permet au besoin de couper une partie du faisceau (Figure 5). Un autre jeu de lèvres est situé à l'intérieur de la chambre de réaction, devant la cible et définit une taille réduite pour le faisceau.

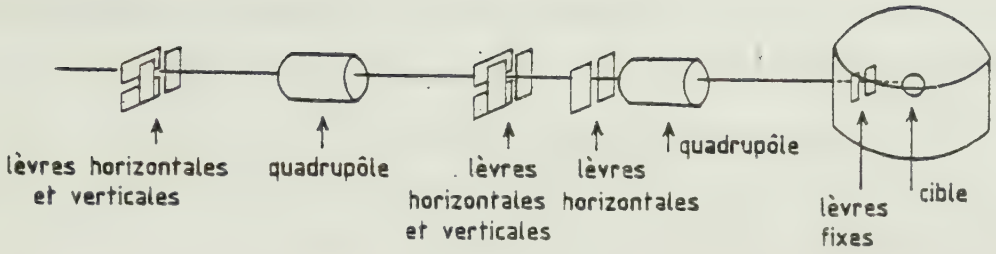


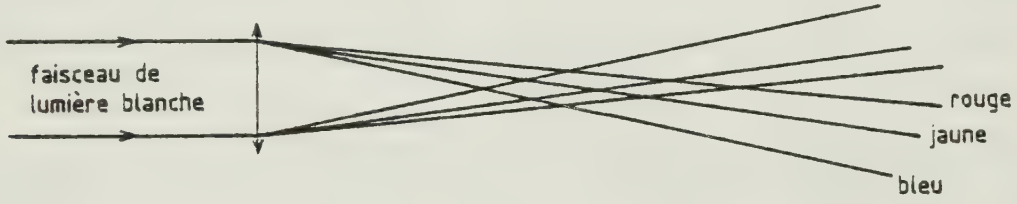
Figure 5 - Ligne de transport du faisceau avant le QDDD

c) Aberrations. Corrections cinématiques

i) Aberrations

Un système magnétique peut être considéré comme un système optique particulier, l'impulsion, grandeur significative pour le système magnétique, jouant le rôle de la longueur d'onde pour le système optique. Ainsi un aimant est assimilable à une lentille et un spectromètre à un prisme qui disperse et défléchit la lumière suivant les longueurs d'onde.

En optique on connait bien l'aberration chromatique, qui est le fait qu'une lentille éclairée en lumière blanche fait converger les différentes couleurs en différents points.



Tout comme en optique on peut, en modifiant la courbure des lentilles, ou en ajoutant des systèmes optiques, minimiser ces aberrations, les courbures des faces des dipôles du QDDD ont été calculées pour minimiser les aberrations jusqu'au 4ème ordre, et des multipôles ont été introduits pour les corriger. On peut également diminuer l'effet de ces aberrations en réduisant l'ouverture angulaire, tout comme on fermerait un diaphragme devant une lentille.

ii) Correction cinématique

Lorsqu'on utilise une grande ouverture angulaire, ce qui est généralement le cas aux angles arrière où les sections efficaces deviennent faibles, l'expression (1) n'est plus valable, et des termes d'ordres supérieurs interviennent [6].

Si l'ouverture angulaire est grande, deux ions diffusés à $\theta_o - d\theta$ et $\theta_o + d\theta$, auront, selon les lois de conservation de l'énergie et de l'impulsion, des énergies différentes, et donc des rigidités magnétiques différentes. Ces deux ions,

correspondant à deux événements identiques, seront focalisés en dehors de la focale théorique (Figure 6).

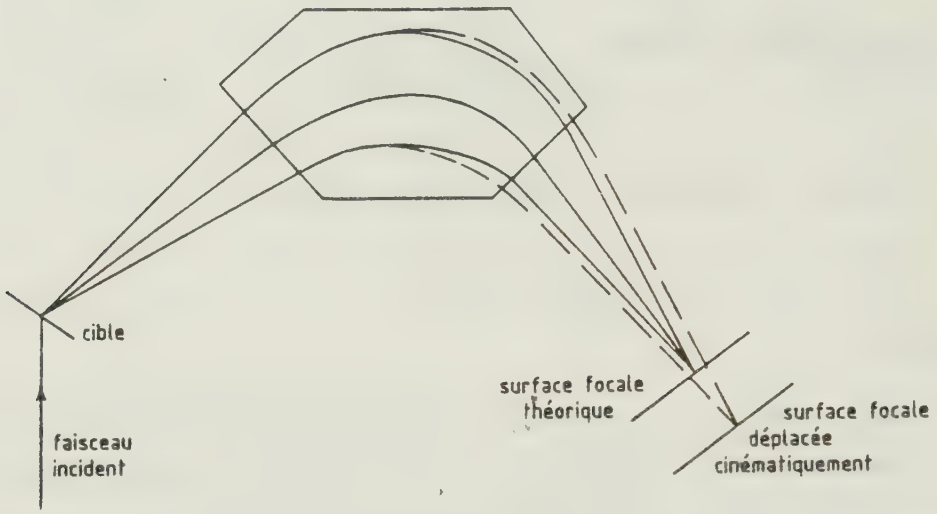


Figure 6 - Effet d'une large ouverture angulaire horizontale

Dans le cas non relativiste, $p^2 = 2mE$. E étant relié à θ, on peut faire un développement de Taylor au voisinage de l'angle d'incidence θ_o, [7] :

$$\frac{dp}{p} = K\, d\theta + K'\, d\theta^2 + K''\, d\theta^3 + \ldots \qquad (2)$$

où $$K = \frac{1}{p}\frac{dp}{d\theta}.$$

$K = \dfrac{\sin\theta}{\sqrt{\left(\dfrac{m_c}{m_i}\right)^2 - \sin^2\theta}}$ dans le cas d'une diffusion élastique, où m_c et m_i sont respectivement les masses de la cible et du projectile

$$K' = \frac{1}{2p}\frac{d^2p}{d\theta^2} = \frac{1}{8E^2}\left(\frac{dE}{d\theta}\right)^2 + \frac{1}{4E}\frac{d^2E}{d\theta^2}.$$

On corrige les déviations à l'aide de multipôles qui créent des champs inhomogènes dans une région étroite et dévient les particules proportionnellement à $d\theta^{(N/2\,-\,1)}$, N étant l'ordre du multipôle. Les effets défocalisants dans le plan vertical sont du second ordre, ce qui nous permet d'utiliser des ouvertures $\Delta\phi$ assez importantes, sans détérioration de la résolution.

3. DETECTION DANS LE PLAN FOCAL DU SPECTROMETRE

a) Principe et description du compteur

Nous avons vu que,pour connaître l'énergie E d'une particule, il suffit de mesurer ρ, si m et q sont connus par ailleurs. On ne connait généralement pas m et q, ce qui fait que la connaissance de la rigidité magnétique est insuffisante pour identifier les particules. En effet, deux ions de masses m et m' et de charges q et q' vérifiant $\frac{\sqrt{m'E'}}{q'} = \frac{\sqrt{mE}}{q}$ seront détectés au même endroit sur la focale. Pour lever l'ambiguité sur la nature de l'ion que l'on détecte, il est nécessaire d'obtenir des informations supplémentaires. La méthode utilisée couramment est de mesurer la perte d'énergie de l'ion dans un milieu donné, et son énergie totale E.

Ces informations sont fournies par un compteur à gaz de 110 cm de long, qui couvre une plage d'énergie de 15 %. Les mesures de l'énergie, de la perte d'énergie et du rayon de courbure sont dissociées. Ce détecteur est formé d'une chambre d'ionisation qui nous permet de mesurer E et ΔE et d'un compteur proportionnel à fil résistif qui nous fournit l'information position le long de la focale.

La chambre d'ionisation comprend une cathode, une grille de Frisch et une anode divisée en plusieurs sections (Figure 7). Au dessous de l'anode se trouve une goulotte dans laquelle est tendu un fil résistif porté à une tension positive.

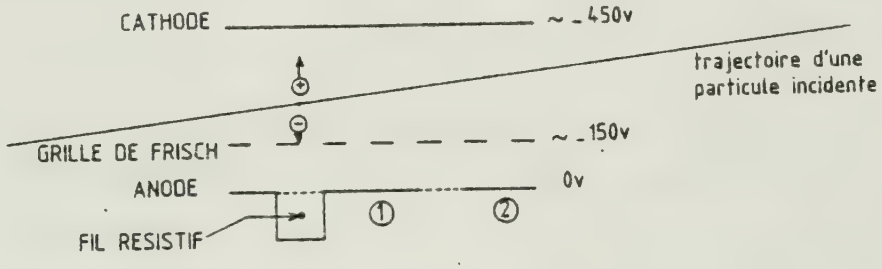
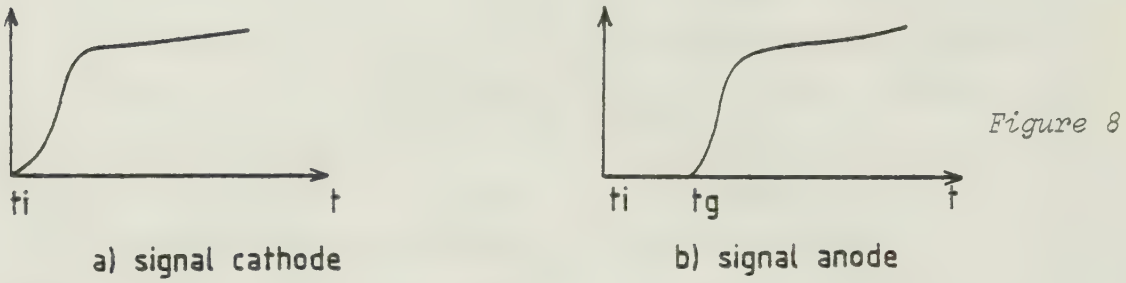


Figure 7 - Schéma simplifié du détecteur

Les particules incidentes perdent de l'énergie dans le gaz qu'elles ionisent. L'énergie d'ionisation d'un gaz est une valeur fixe bien définie ($\sim$ 30 eV pour l'isobutane) et donc le nombre d'électrons créés par ionisation est proportionnel à l'énergie perdue. Pour mesurer la perte d'énergie de la particule, il suffit de collecter les électrons créés. L'énergie totale est prise sur la longueur totale du compteur alors que la perte d'énergie est mesurée sur une faible distance (section 1 de l'anode).

Dès que l'ionisation a lieu (temps t_i), les charges positives se dirigent vers la cathode, tandis que les électrons migrent vers l'anode. Le signal sur la cathode débute au temps $t=t_i$ (Figure 8).



a) signal cathode

b) signal anode

Figure 8

Par contre il n'y a aucun signal sur l'anode tant que les électrons n'ont pas atteint la grille. Celle-ci sitôt franchie, les électrons sont collectés sur l'anode (Figure 8b). La grille sert à rendre le signal anode indépendant de la hauteur à laquelle a lieu l'ionisation. La première section de l'anode nous fournit l'information ΔE.

Nous ne pouvons pas prendre la mesure de l'énergie sur l'anode, qui est divisée en plusieurs sections. Nous obtenons cette information en mesurant le nombre d'électrons qui s'échappent du condensateur cathode-grille. On somme les signaux cathode et grille, qui sont égaux mais de signes opposés tant que les électrons n'ont pas atteint la grille (la charge d'un condensateur reste constante). Sitôt celle-ci franchie, l'amplitude du signal sur la grille diminue et reste constante sur la cathode (Figure 9).

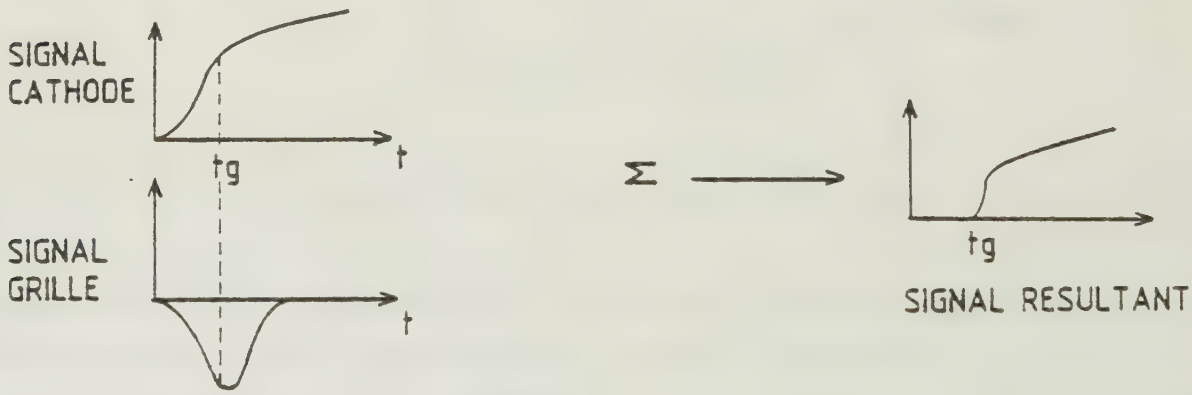


Figure 9

Le signal résultant nous fournit l'information énergie totale.

i) Mesure de la position

La mesure de la position se fait par division de charges, dans un compteur proportionnel, sur un fil résistif (Figure 10).

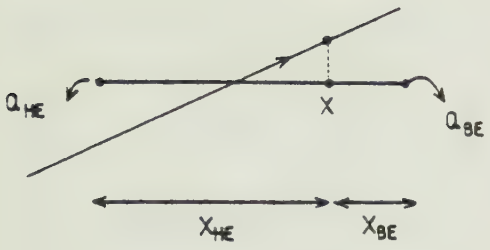


Figure 10

Soit $Q = Q_{HE} + Q_{BE}$ la charge totale collectée sur le fil. Les relations suivantes :

$$\frac{Q_{HE}}{Q_{BE}} = \frac{X_{BE}}{X_{HE}} \quad \text{et} \quad X_{BE} + X_{HE} = L$$

nous permettent de connaître X_{BE} et X_{HE}.

Pour connaître avec une bonne précision cette position, il faut collecter un grand nombre d'électrons pour bien définir le centre de gravité de la charge Q. Pour obtenir ce grand nombre d'électrons, on fait régner un champ intense autour du fil afin d'accélérer les électrons, qui, gagnant suffisamment d'énergie, ionisent à leur tour le gaz et créent de nouveaux électrons. C'est le phénomène d'avalanche (Figure 11).

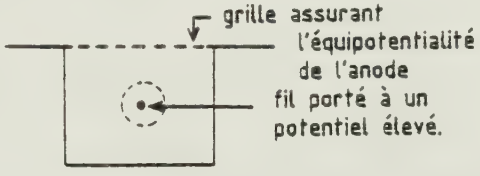


Figure 11

Dans nos expériences, le compteur était rempli d'isobutane dont on ajustait la pression à 90 Torrs afin de pouvoir arrêter les ions ^{12}C dans le compteur. Les tensions de cathode et de grille de Frisch étaient respectivement réglées à -450° et -150 V. Le fil résistif était porté à une tension d'environ 850 V.

b) Identification des particules

La perte d'énergie subie par une particule dans un milieu donné a été calculée par Bethe [8] dans l'hypothèse où chacun des électrons de l'atome intervient indépendamment des autres :

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e^4}{m} \frac{Z^2 N z}{V^2} \left\{ \text{Log} \frac{2mV^2}{I} - \text{Log}(1-\beta^2) - \beta^2 \right\} \qquad (3)$$

où : e et m sont la charge et la masse de l'électron

Z et V sont le numéro atomique et la vitesse de l'ion

z est le numéro atomique de l'absorbeur

N est le nombre d'électrons par cm^3 de l'absorbeur

I est l'énergie moyenne d'ionisation des atomes de l'absorbeur

et $\beta = V/c$.

Dans nos expériences $\beta \ll 1$, et (3) se réduit à :

$$\frac{dE}{dx} = K_1 \frac{MZ^2}{E} \text{Log}\left(K_2 \frac{E}{M}\right) .$$

où M est la masse de l'ion incident.

Le logarithme variant peu avec l'énergie, on peut réécrire cette équation sous la forme :

$$E \cdot \frac{dE}{dx} = K_3 \, M \, Z^2 \, . \qquad (4)$$

En conséquence, un tracé de ΔE en fonction de E, montre une série d'hyperboles, séparées pour chaque isotope. Si, de plus, on analyse les produits de réaction à l'aide d'un champ magnétique, pour un isotope défini, dans un état de charge donné, il y a seulement *une* valeur de l'énergie E compatible avec une valeur donnée de la rigidité magnétique :

$$E = \frac{(B\rho)^2}{2M} \, q^2 . \qquad (5)$$

Les équations (4) et (5) montrent que si l'on combine l'analyse $\Delta E.E$ avec une analyse magnétique, les hyperboles dans le plan $\Delta E.E$ sont remplacées par une série de maxima à un $B\rho$ donné, dont l'équation est :

$$\Delta E^{1/2} \, . \, E \propto (B\rho) \, Z \, q .$$

Pour une courbe donnée dans le plan $\Delta E.E$ (à M et Z fixés) on sélectionne une portion d'hyperbole suivant E et q [3].

4. ELECTRONIQUE

Les informations fournies par le compteur sont au nombre de cinq : signal cathode, signal grille, signal ΔE et les deux signaux provenant de chaque extrémité du fil. Le schéma de principe de l'électronique jusqu'aux codeurs d'amplitude est montré sur la Figure 12.

Le signal temps est le signal qui correspond au temps de migration des électrons, différence de temps entre l'apparition du signal cathode et du signal fil. Ce temps est proportionnel à la hauteur à laquelle a lieu l'ionisation et nous permet de vérifier le centrage de la fenêtre d'entrée du détecteur par rapport à la direction des particules détectées. Nous vérifiions ce centrage à chaque expérience.

Outre l'électronique associée au compteur, se trouve une électronique qui gère les deux signaux provenant des deux jonctions utilisées comme monitrices, situées dans la chambre à cibles. L'utilisation et l'intérêt de ces jonctions seront décrits dans le paragraphe relatif aux mesures de valeurs absolues.

Après avoir été codées numériquement, les informations sont classées par un Module d'Acquisition et de Traitement d'Informations Numériques (MATIN 16) qui assure ensuite la liaison entre les codeurs et le calculateur VARIAN 73. Chaque information est codée sur 16 bits, dont certains servent uniquement à distinguer la nature de l'événement que l'on traite : énergie, temps, perte d'énergie, ...

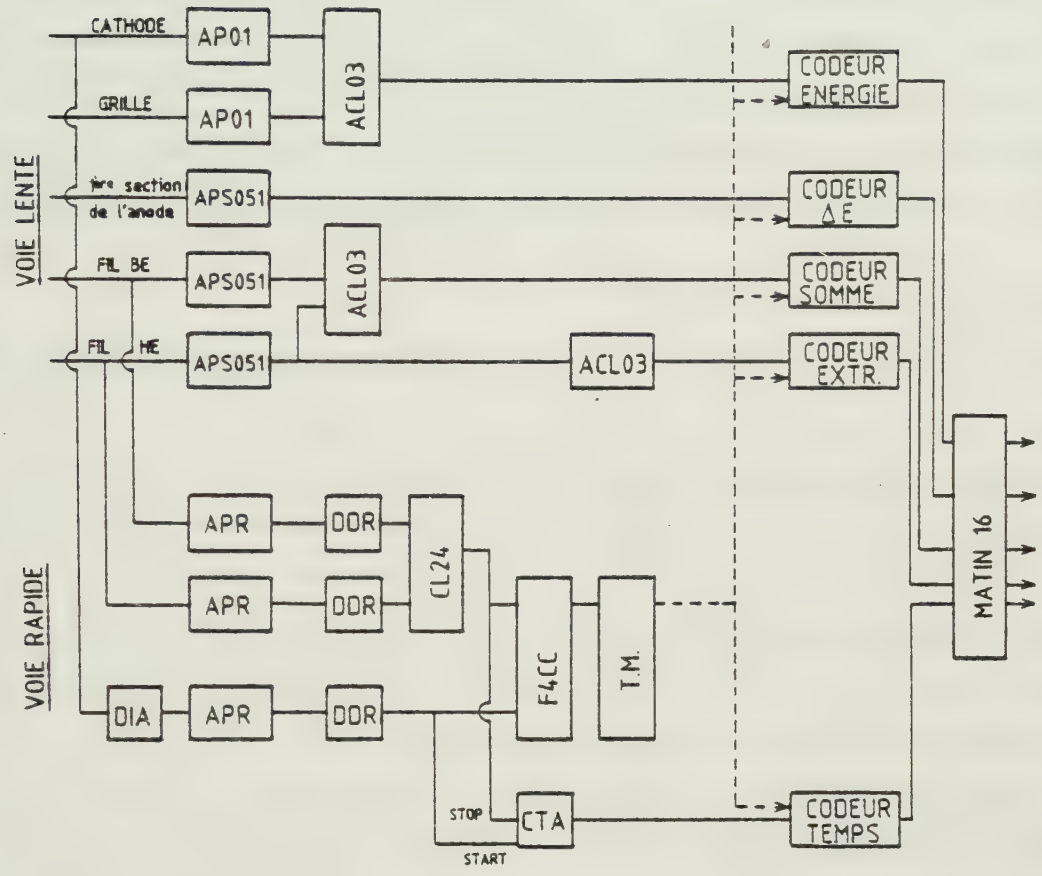


Figure 12 - Schéma simplifié électronique. TM : Temps mort ; APR : Amplificateur proportionnel rapide ; AP,APS : Amplificateurs lents ; ACL : porte ; DIA : Inverseur ; DDR : Discriminateur rapide ; CTA : Convertisseur temps-amplitude ; F4CC : Tiroir de coïncidences.

Le programme d'acquisition teste ces bits et traite les informations différemment suivant leur nature. Les événements bruts sont tous visualisés en ligne et le programme effectue l'opération $Q_{HE}/(Q_{BE} + Q_{HE})$ qui nous fournit l'information position, elle aussi visualisée en ligne. Tous les événements sont écrits sur bande magnétique, qui pourra être relue ultérieurement, soit au VARIAN, soit au calculateur MODCOMP 6078.

Nous visualisons en ligne plusieurs matrices telles $E \times \Delta E$, $X \times E$, $X \times$ Temps,... qui nous permettent, de suivre la bonne marche de l'expérience, de sélectionner les événements qui nous intéressent, et de construire des spectres conditionnés en ligne.

5. CIBLES

Les cibles utilisées étaient composées d'un dépôt de ^{40}Ca(ou ^{48}Ca) obtenu par évaporation sous vide sur un support de ^{12}C. Une mince couche d'Au d'une épaisseur de 7 à 14 $\mu g/cm^2$ était déposée sur le calcium.

Le support de ^{12}C avait une épaisseur d'environ 30 $\mu g/cm^2$. Les dépôts de Ca étaient épais de 60 à 120 $\mu g/cm^2$, exceptés pour les mesures de diffusions

inélastiques $^{40}Ca(^{12}C,^{12}C)^{40}Ca^{*}$ pour lesquelles la nécessité de séparer les deux niveaux distants de 167 keV, nous imposait une épaisseur faible d'environ 15 µg/cm pour ne pas détériorer la résolution.

Les cibles de calcium s'oxydant rapidement à l'air, celles-ci sont gardées dans un sas dans lequel on maintient un vide primaire.

6. PROBLEMES LIES A LA RESOLUTION

Dans nos mesures de diffusions inélastiques, la résolution jouait un rôle capital.

Le premier facteur qui intervient dans la recherche de la résolution optimale est la résolution du faisceau qui est de l'ordre de 1 % pour le Van de Graaff tandem de Saclay.

Dans le paragraphe relatif au QDDD, nous avons discuté l'effet d'une grande ouverture angulaire sur la résolution et avons indiqué que l'emploi de multipôles permet de corriger les effets cinématiques.

Les lèvres horizontales et verticales situées sur la ligne de transport du faisceau, entre les deux quadrupôles, (Figure 5), assure une bonne convergence du faisceau sur la cible. Nous avons fermé ces lèvres à ± 5 mm.

Mais le facteur qui limite le plus la résolution est l'épaisseur de la cible. La Figure 13 montre la distribution en énergie d'un faisceau initialement monoénergétique en fonction de la distance à l'intérieur du matériau.

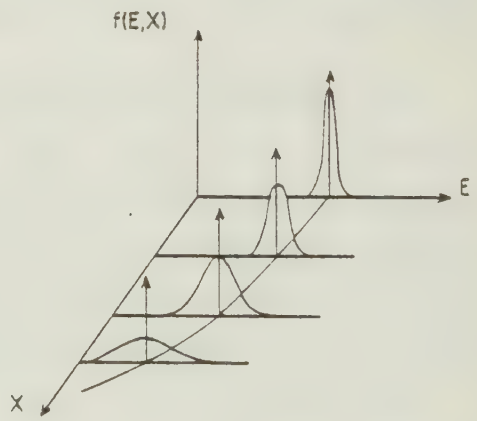


Figure 13

Cette distribution présente une allure gaussienne. La perte d'énergie peut être approchée par l'expression suivante :

$$\Delta E = 20{,}8\ z \left\{ \frac{2Z}{A} (\Delta x) \right\}^{1/2}$$

où ΔE est calculé en keV si Δx est en mg/cm^2. z est la charge du projectile, Z et A sont relatifs aux atomes du milieu ralentisseur.

Pour minimiser l'effet de l'épaisseur de la cible, nous avons employé des cibles minces.

La contribution de tous les facteurs qui limitent la résolution est récapitulée dans le tableau I.

Tableau I

Largeur en énergie du faisceau	45 keV
Perte d'énergie dans Au	10 keV
Perte d'énergie dans Ca	48 keV
Perte d'énergie dans C	22 keV
Elargissement dû à l'ouverture dθ	10 keV

Ces effets intervenant indépendamment les uns des autres, on les ajoute quadratiquement, ce qui conduit à la résolution théorique suivante :

$$\Delta E = 70 \text{ keV}.$$

7. NORMALISATION ET VALEURS ABSOLUES

Quand des ions traversent un matériau, il se crée un équilibre statistique d'états de charge, c'est-à-dire qu'à la sortie du matériau, on connaît, pour une énergie donnée, la proportion des différents états de charge. Cependant cet équilibre n'est atteint que pour une certaine épaisseur de matière ($\sim$ 15 $\mu g/cm^2$ de carbone dans notre cas), et c'est pourquoi nous effectuons nos mesures en plaçant le support de carbone du côté du spectromètre.

Nous ne détectons dans le spectromètre qu'un seul état de charge, et pour obtenir la section efficace en valeur absolue, nous devons multiplier le nombre de particules détectées par le rapport des probabilités des états de charge, à l'énergie considérée. Pour ce faire nous utilisons les courbes données dans le MARION [9] (Figure 14). B. Berthier a effectué des mesures de ces états de charge, et ses résultats diffèrent peu de ceux du MARION [10].

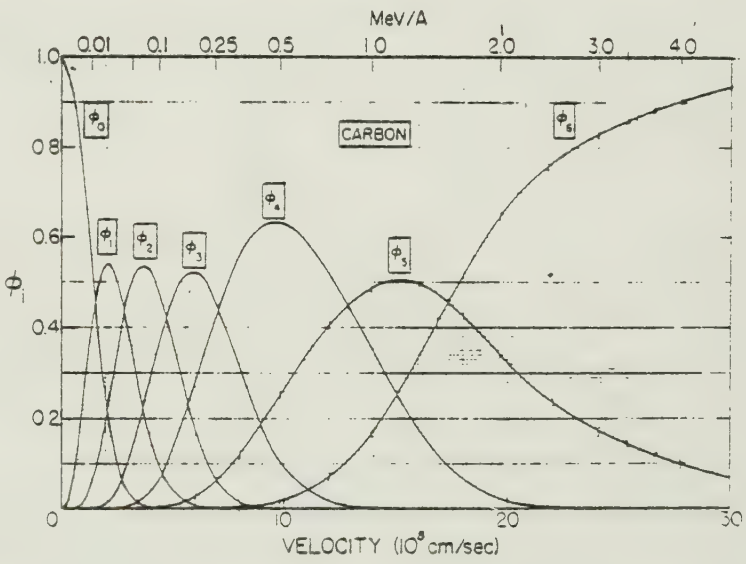


Figure 14

. La section efficace différentielle de réaction s'écrit :

$$\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{lab} = \frac{N_d}{N_i . N_c . \Delta\Omega}$$

où N_d et N_i sont respectivement le nombre de particules détectées et le nombre de particules incidentes. N_c est le nombre de noyaux cibles par cm^2 et $\Delta\Omega$ l'angle solide de détection.

. Nous nous sommes affranchis de la connaissance de N_i et $\Delta\Omega$ en effectuant à chaque angle, une mesure du nombre de noyaux ^{12}C diffusés sur Au et sur Ca. En

faisant leur rapport, nous obtenions immédiatement :

$$\frac{N_d(^{12}C \text{ sur Ca})}{N_d(^{12}C \text{ sur Au})} = \frac{N_c(Ca)}{N_c(Au)} \cdot \left\{ \frac{d\sigma}{d\Omega}(Ca) / \frac{d\sigma}{d\Omega}(Au) \right\}.$$

Le rapport $N_c(Ca)/N_c(Au)$ a été mesuré à basse énergie où les deux sections efficaces sont purement coulombiennes.

Dans tout le domaine angulaire exploré, la section efficace différentielle de diffusion élastique sur l'or est donnée par la formule de Rutherford, et cette méthode nous permet d'extraire $\frac{d\sigma}{d\Omega}(Ca)$ en valeur absolue.

. Les deux jonctions que nous avions situées de part et d'autre du faisceau dans la chambre à réaction, nous permettaient de vérifier le centrage du faisceau sur la cible, et de corriger l'inhomogénéïté de la cible si le faisceau effectuait de légères excursions latérales.

Chapitre II

PRESENTATION DES RESULTATS

1. MESURES EFFECTUEES

Nous avons mesuré les distributions angulaires élastiques de ^{12}C sur ^{40}Ca et ^{48}Ca à 45 et 43,25 MeV respectivement, de θ_{cm} = 10° à 85° par pas de 1° à 2°.

Nous avons également mesuré les distributions angulaires inélastiques $^{40}Ca(^{12}C,^{12}C)^{40}Ca^*$ vers les niveaux 3^- (3,737 MeV) et 2^+ (3,904 MeV) de θ_{cm} = 15° à 75°, et $^{48}Ca(^{12}C,^{12}C)^{48}Ca^*$ vers le niveau 2^+ (3,84 MeV) de θ_{cm} = 40° à 70°.

A chaque angle, nous avions besoin de mesurer :

- la diffusion élastique sur le calcium,
- la diffusion inélastique sur le calcium,
- la diffusion élastique sur l'or.

Compte-tenu du fait que l'acceptance en énergie du compteur est de 15 %, pour certains angles ces trois mesures ne pouvaient être obtenues simultanément. En pratique deux champs étaient nécessaires ; l'un nous donnait les pics élastiques de Ca et Au, l'autre le pic élastique de Ca ainsi que les pics de diffusion inélastique.

- Pureté isotopique

Les cibles de ^{40}Ca utilisées sont enrichies à 99,97 % tandis que celles de ^{48}Ca le sont à 97,6 %. Pour ces dernières, il est nécessaire de tenir compte de la diffusion sur les autres isotopes dans le calcul de la section efficace. Les isotopes parasites les plus abondants dans les cibles de ^{48}Ca sont ^{40}Ca(2,2 %),

^{44}Ca (0,09 %) et ^{42}Ca (0,03 %). Pour les angles supérieurs à 25°lab, les énergies du ^{12}C diffusé sur les $^{40,42,48}Ca$ diffèrent suffisamment pour que l'on sépare correctement les divers pics au niveau de la focale du spectromètre. Pour les angles inférieurs à 25°lab, on ne peut séparer les diverses contributions. Dans ce domaine angulaire, les sections efficaces sur tous ces isotopes suivent de près la loi de Rutherford. Nous avons corrigé le nombre de ^{12}C diffusés par la pureté isotopique de ^{48}Ca.

A chaque angle, nous construisions la matrice $\Delta E \times E$. En imposant des conditions sur les informations ΔE et E, nous pouvons sélectionner les événements qui nous intéressent (Figure 15). Les événements choisis sont ensuite projetés sur l'axe des positions.

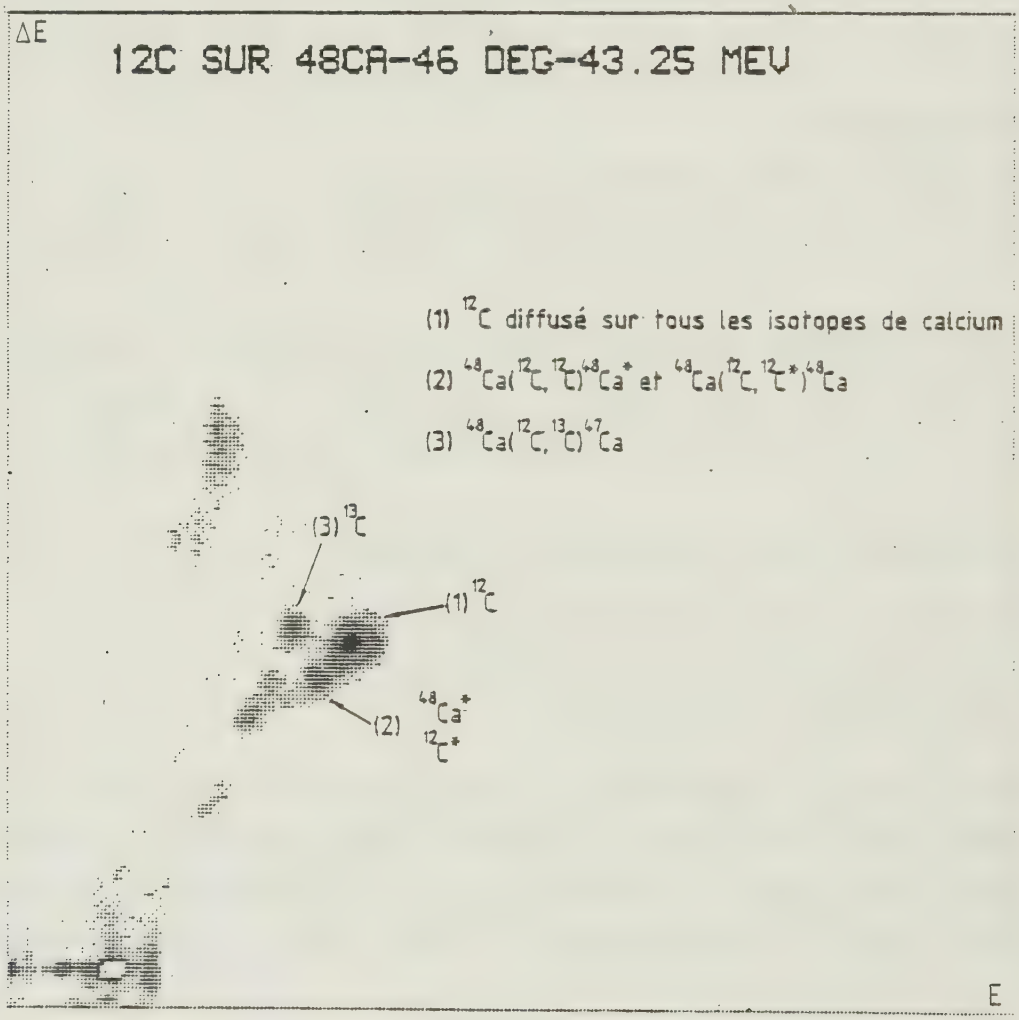


Figure 15 - Exemple de matrice $\Delta E \times E$.

Sur la Figure 16, nous présentons un spectre de position. En plus des diffusions élastique et inélastique de ^{12}C sur ^{48}Ca, nous observons l'excitation du projectile et une réaction de transfert $^{48}Ca(^{12}C,^{13}C)^{47}Ca$.

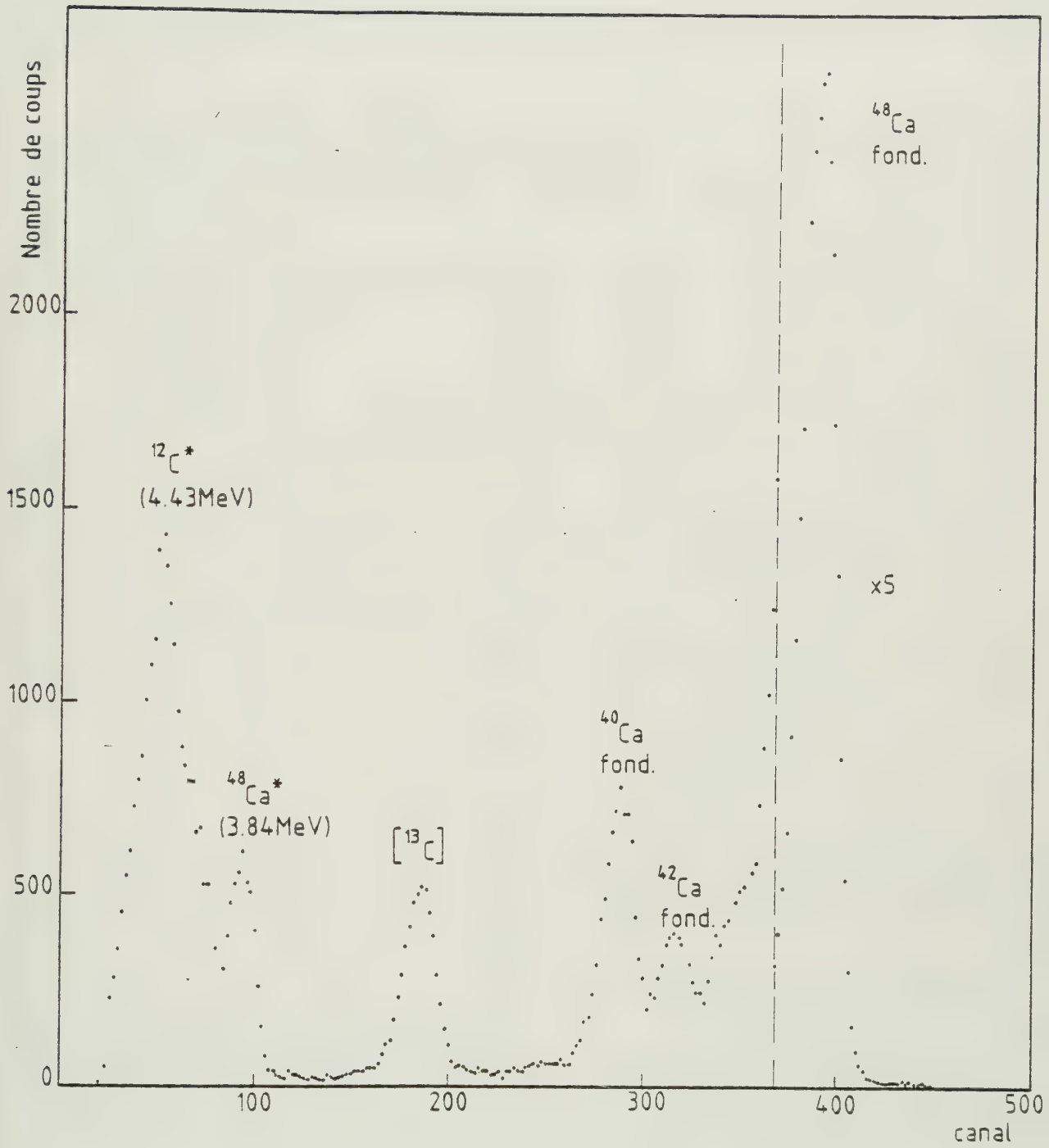
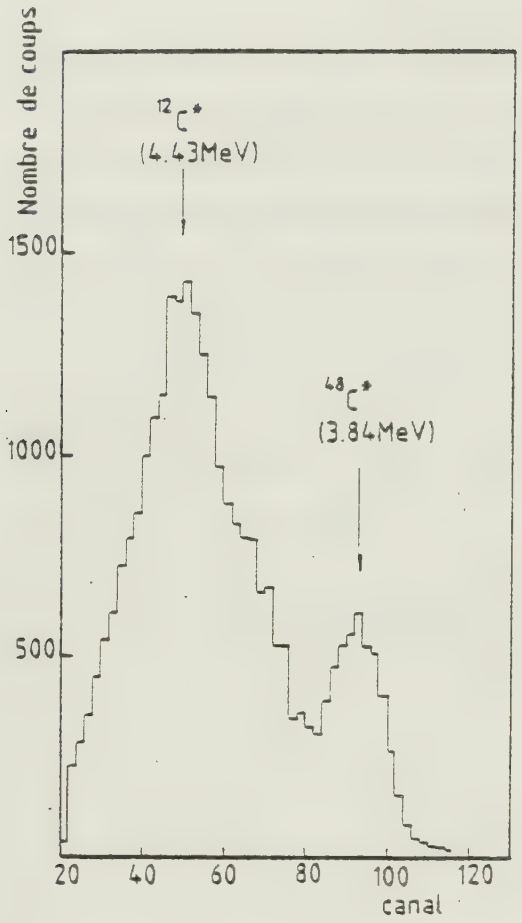


Figure 16 - Spectre de position le long de la focale. $^{48}Ca(^{12}C,^{12}C)^{48}Ca$, *43,25 MeV 46°lab.*



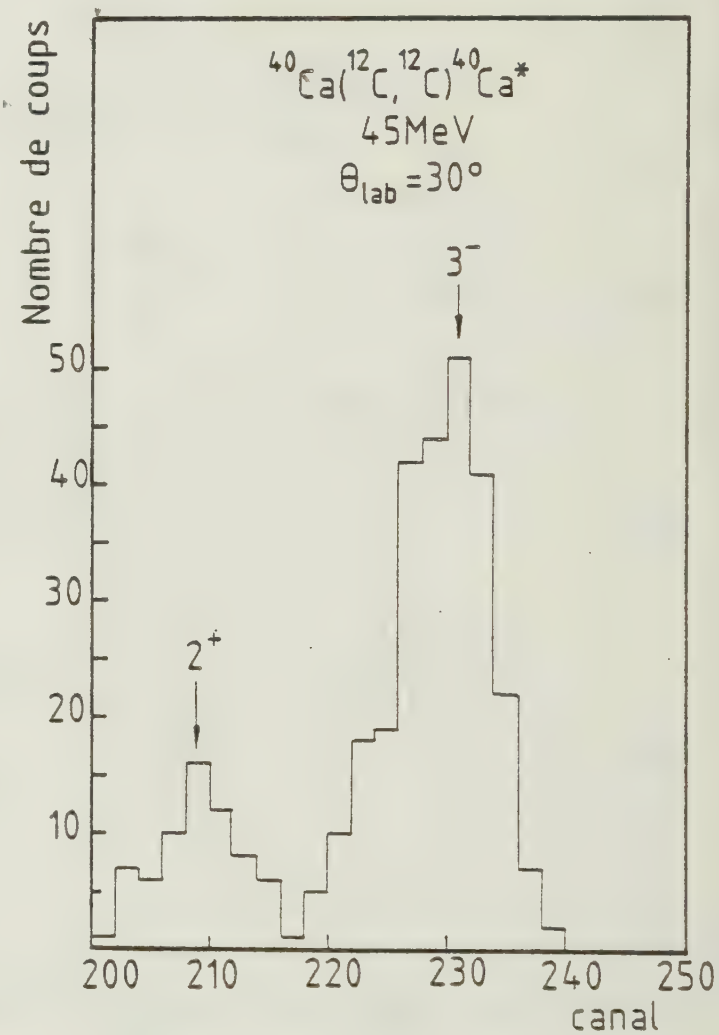
La Figure 18 montre les pics de diffusion inélastique $^{40}Ca(^{12}C, ^{12}C)^{40}Ca^*$ sur les niveaux 3^- et 2^+. On remarque que la séparation des pics ne pose pas de problème.

Figure 18 - Spectre de position montrant les pics de diffusions inélastiques $^{40}Ca(^{12}C, ^{12}C)^{40}Ca^*$ vers les niveaux 2^+ et 3^-.

La résolution moyenne obtenue au cours de ces expériences est de 120 keV, avec d'assez faibles excursions de part et d'autre de cette valeur, ce qui nous permet dans tous les cas de séparer les pics inélastiques.

La Figure 17 montre un spectre conditionné sur lequel on observe les pics de diffusions inélastiques $^{48}Ca(^{12}C, ^{12}C)^{48}Ca^*$ et $^{48}Ca(^{12}C, ^{12}C^*)^{48}Ca$. On voit que la résolution est suffisante pour effectuer la décomposition de ces deux pics.

Figure 17 - Spectre de position conditionné par les événements correspondant à la tache (2) de la matrice $\Delta E \times E$.



2. RESULTATS

La Figure 19 montre la distribution angulaire de la diffusion élastique $^{40}Ca(^{12}C,^{12}C)^{40}Ca$. On voit que la distribution angulaire oscille aux angles avant autour de $\sigma/\sigma_R = 1$. Ensuite la distribution angulaire chute et les oscillations qui se superposent à cette décroissance exponentielle feront l'objet de notre étude.

Nous présentons les mesures des diffusions inélastiques sur les niveaux 3^- et 2^+ de ^{40}Ca sur la Figure 20. La distribution angulaire du niveau 3^- oscille nettement alors qu'il est plus difficile de conclure pour le niveau 2^+. L'absence de points expérimentaux dans la région angulaire qui s'étend de $\theta_{cm} = 25°$ à $35°$ s'explique par le fait que la diffusion inélastique était masquée par la diffusion élastique de ^{12}C sur ^{16}O, toujours légèrement présent sur les cibles.

La Figure 21 tient compte de l'ensemble des mesures de diffusion élastique de ^{12}C sur ^{48}Ca à 43,25 MeV. On observe le même comportement aux angles avant que pour la distribution angulaire élastique de ^{40}Ca, tandis que les oscillations dans le domaine angulaire $\theta_{cm} > 45°$ sont nettement moins prononcées. Cette différence de comportement fera également partie de notre étude.

Enfin la Figure 22 montre la diffusion inélastique de ^{12}C sur le niveau 2^+ de ^{48}Ca situé à 3,84 MeV. La distribution angulaire présente quelques oscillations.

Dans la suite nous exposerons parallèlement, d'une part brièvement les outils théoriques qui nous ont servi à analyser nos distributions angulaires, d'autre part pour chacune des analyses, les résultats obtenus.

Dans le Chapitre III, nous avons utilisé une méthode usuelle pour analyser la diffusion élastique, qui est l'étude à l'aide du modèle optique.

Cependant les paramètres du potentiel optique ne nous permettent pas de comprendre clairement les phénomènes physiques responsables des distributions observées. Il est alors très intéressant d'analyser la diffusion d'ions lourds à l'aide de théories semi-classiques. La justification de l'emploi de ces méthodes, en ce qui concerne la diffusion d'ions lourds, réside dans le fait que pour ces réactions, la longueur d'onde relative $\lambda\!\!\!^{-}$ est petite, comparée aux dimensions caractéristiques de la région d'interaction.

Nous consacrerons le Chapitre IV aux méthodes semi-classiques que nous avons utilisées, et nous présenterons les résultats issus de ces analyses, en discutant l'apport de chacune d'elles à notre compréhension de la diffusion du ^{12}C sur les noyaux ^{40}Ca et ^{48}Ca.

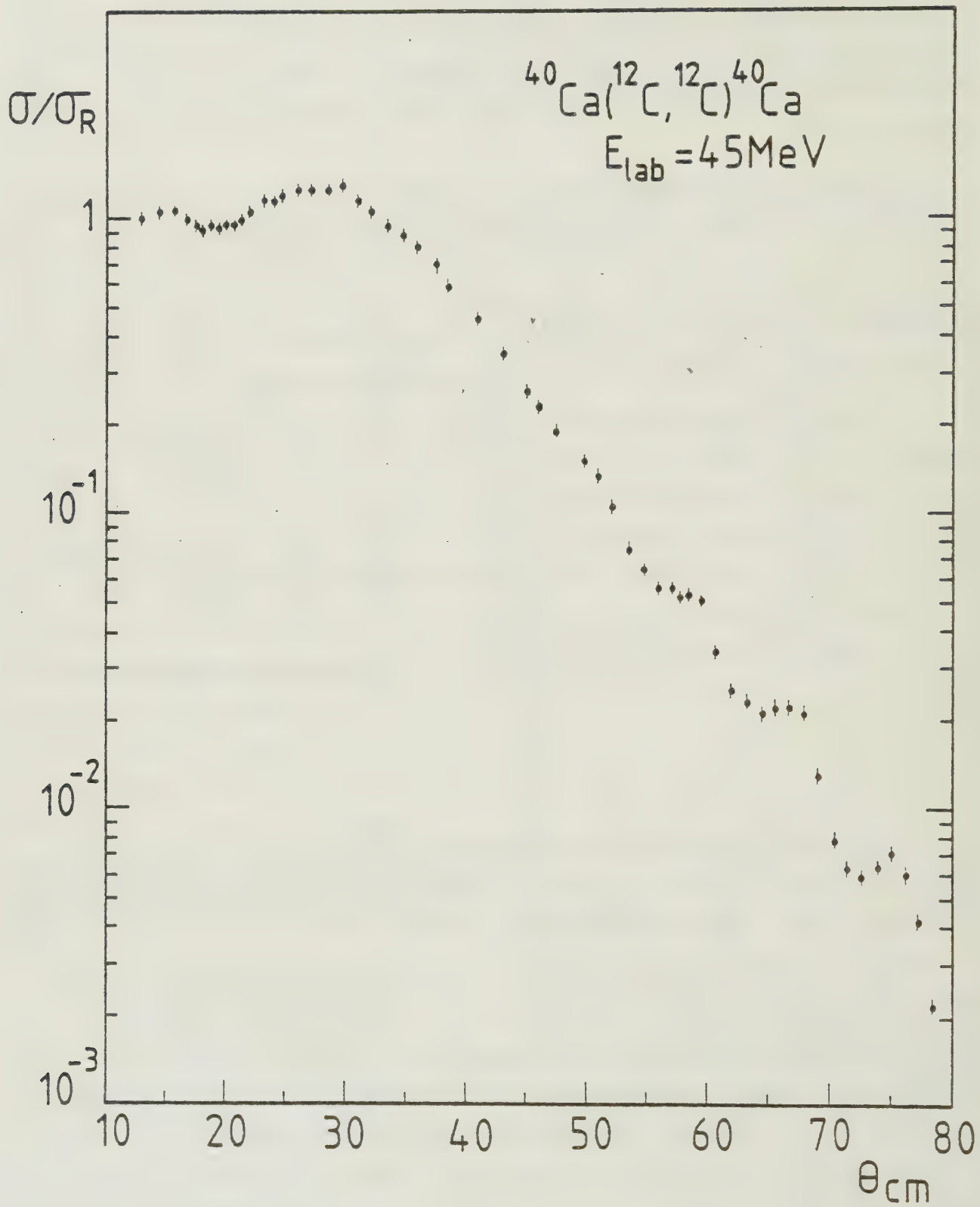

$^{40}Ca(^{12}C,^{12}C)^{40}Ca$
E_{lab} = 45MeV
σ/σ_R
1
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10
20
30
40
50
60
70
80
θ_cm

Figure 19

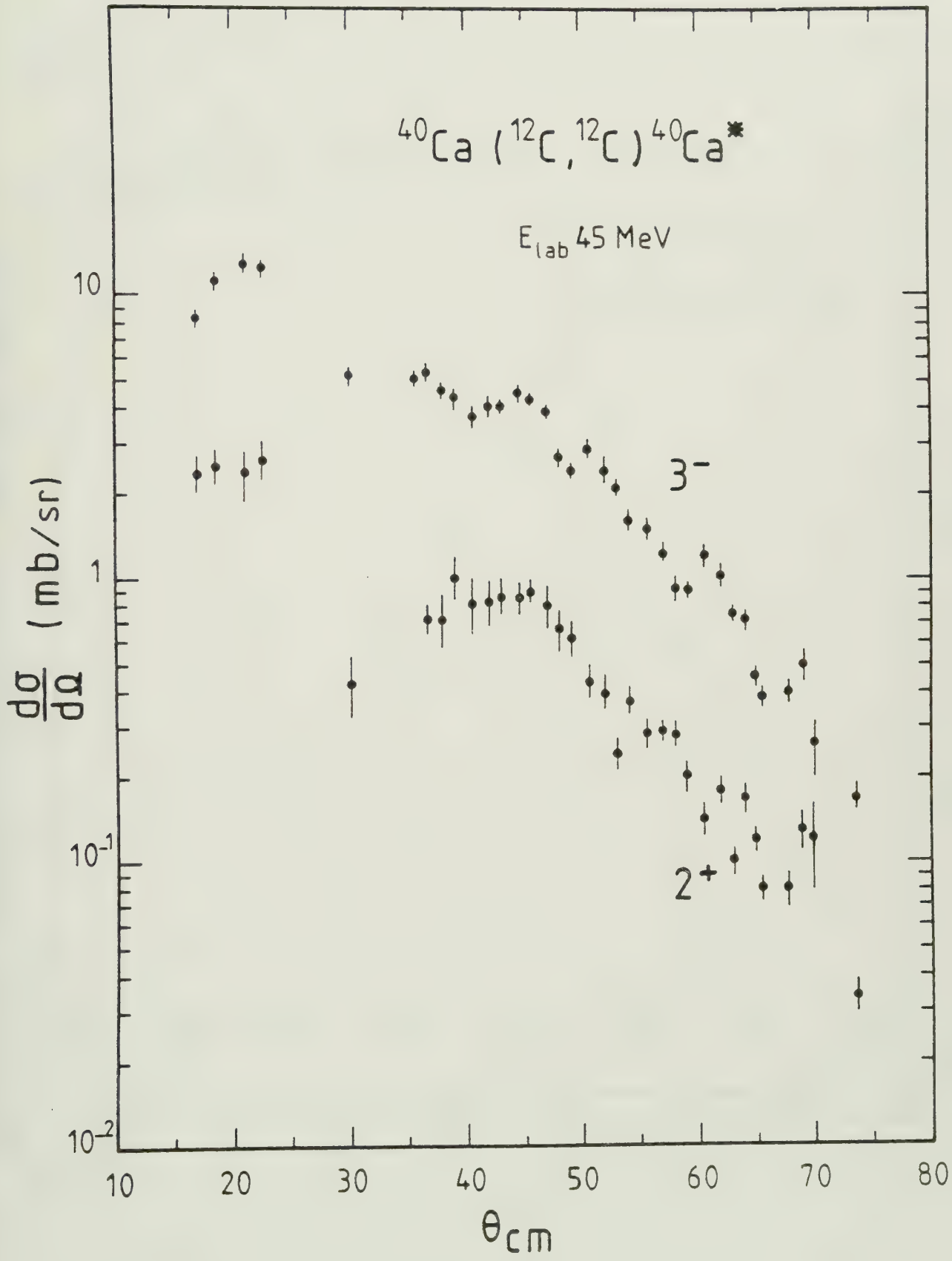

$^{40}Ca\ (^{12}C, ^{12}C)\ ^{40}Ca^{*}$
E_{lab} 45 MeV
$\frac{d\sigma}{d\Omega}$ (mb/sr)
10
1
10^{-1}
10^{-2}
3⁻
2⁺
10
20
30
40
50
60
70
80
θ_{cm}

Figure 20

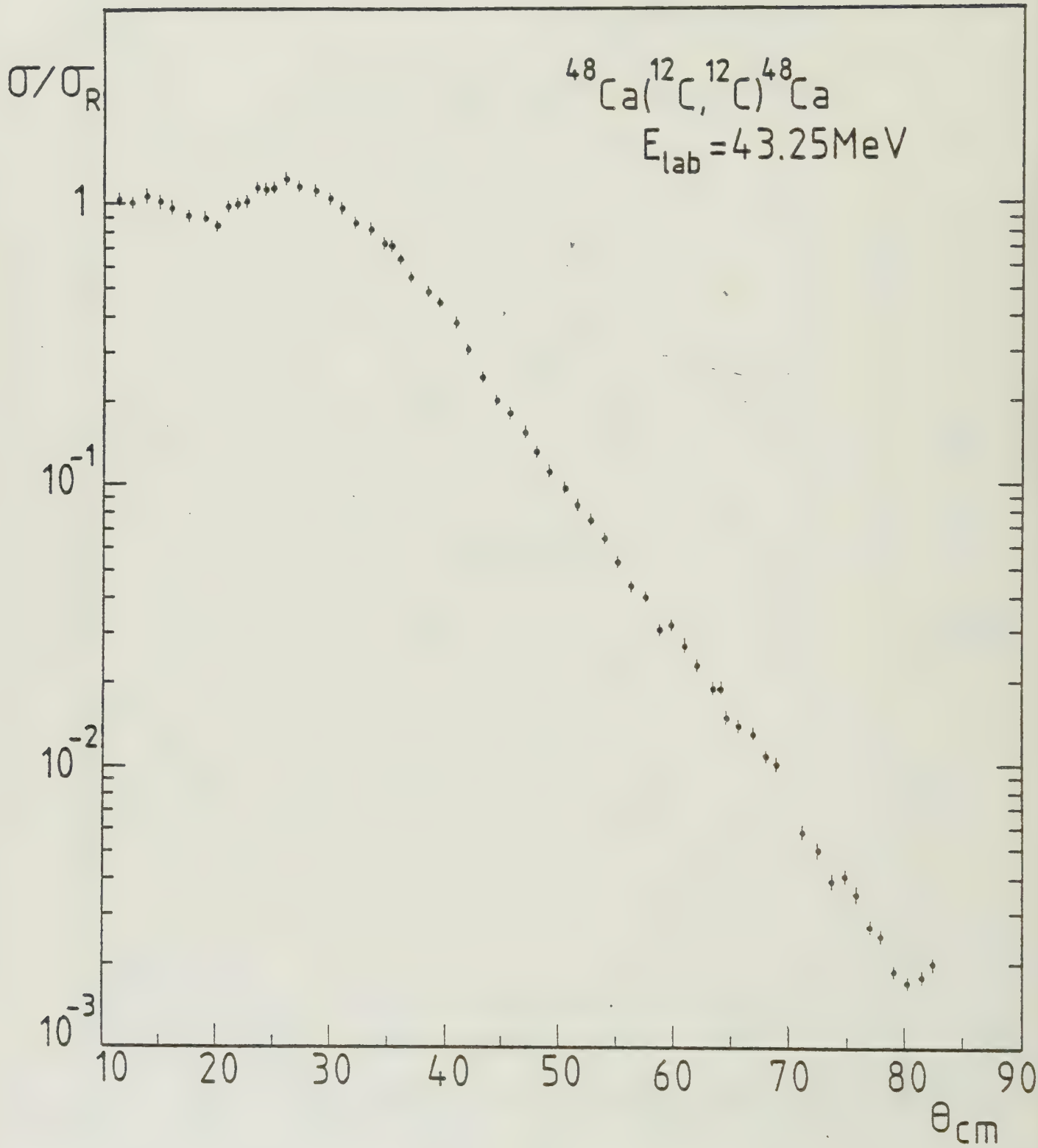

σ/σR
$^{48}Ca(^{12}C,^{12}C)^{48}Ca$
E_{lab} = 43.25MeV
1
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10
20
30
40
50
60
70
80
90
θcm

Figure 21

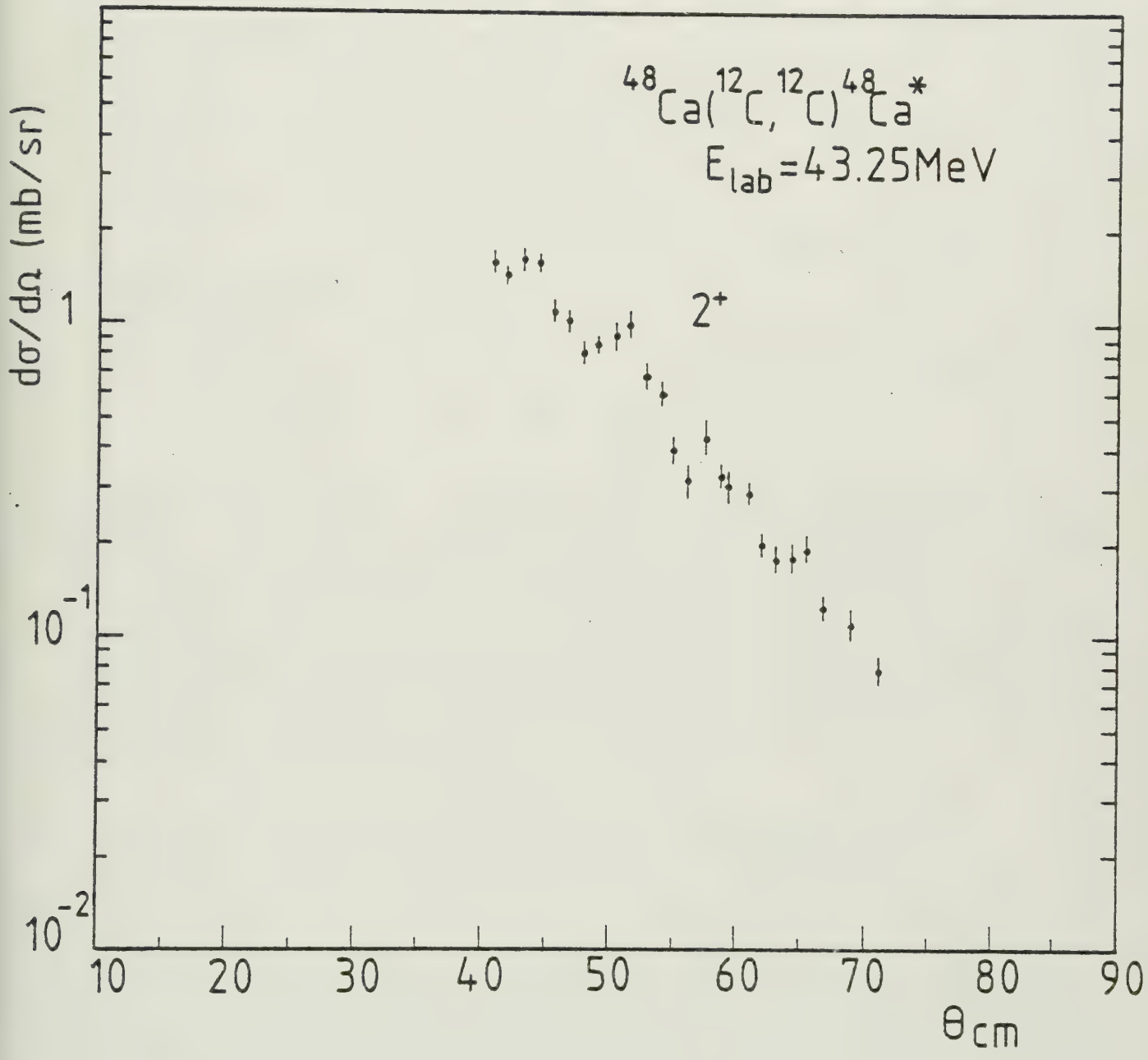

$^{48}Ca(^{12}C,^{12}C)^{48}Ca^*$
$E_{lab}=43.25MeV$
2^+
$d\sigma/d\Omega$ (mb/sr)
1
10^{-1}
10^{-2}
10
20
30
40
50
60
70
80
90
θ_{cm}

Figure 22

Chapitre III

LE POTENTIEL OPTIQUE

1. DIFFUSION ELASTIQUE

Le modèle optique permet, en résolvant l'équation de Schrödinger :

$$\frac{d^2U_\ell(r)}{dr^2} + \left\{ \frac{2\mu}{\hbar^2} \left(E - V(r) - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2}\right)\right\} u_\ell(r) = 0$$

de calculer les fonctions d'onde radiales ainsi que les déphasages η_ℓ. Dans ce modèle, on suppose que les nucléons se meuvent dans un champ moyen, et la diffusion de deux noyaux est considérée équivalente à la diffusion d'un noyau ponctuel par un puits de potentiel. Le problème à N corps est ainsi ramené à l'étude d'un potentiel phénoménologique à un corps, qui doit tenir compte de la faible portée des forces nucléaires ainsi que de l'absorption. Le potentiel utilisé est de la forme Woods-Saxon :

$$V(r) = V_c(r) - \frac{V}{1 + e^{\frac{R-R_V}{a_V}}} - i\,\frac{W}{1 + e^{\frac{R-R_W}{a_W}}}$$

où R_V et R_W sont les rayons des potentiels réel et imaginaire, et a_V et a_W les diffusivités correspondantes. Le potentiel réel rend compte de la réfraction tandis que la partie imaginaire tient compte de l'absorption du flux dans toutes les voies ouvertes autres que la diffusion élastique. Le potentiel coulombien correspond à une distribution de charge sphérique et homogène et vaut :

$$V_c(r) = \begin{cases} \dfrac{Z_P Z_T\, e^2}{2\,R_c} \left(3 - \dfrac{r^2}{R_c^2}\right) & \text{pour} \quad r < R_c \\[2ex] \dfrac{Z_P Z_T\, e^2}{r} & \text{pour} \quad r \geqslant R_c \end{cases}$$

où R_c est le rayon coulombien.

Les rayons sont calculés par :

$$R_{V,W,C} = r_{V,W,C} \, (A_P^{1/3} + A_T^{1/3}).$$

Lorsqu'on analyse la diffusion élastique d'ions lourds à l'aide du modèle optique, on s'aperçoit qu'il existe des ambiguités sur les paramètres du potentiel, à savoir que plusieurs jeux de paramètres peuvent reproduire aussi bien les données expérimentales. En ce qui concerne les ions lourds ceci est dû à deux facteurs importants :

- les forces coulombiennes sont très intenses, ce qui fait que l'interaction est déterminée par la partie à longue portée du potentiel ;

- l'absorption rend la diffusion peu sensible à l'intérieur du potentiel et celui-ci n'est déterminé qu'en surface.

A la surface, où $R >> R_V$, la partie réelle du potentiel optique a la forme suivante :

$$Re(V(r)) \simeq - V \, e^{R_V/a_V} + V_C(r).$$

En conséquence, pour une diffusivité a_V constante, tout jeu de paramètres V et R_V vérifiant

$$V \, e^{R_V/a_V} = Cte \qquad (6)$$

reproduit aussi bien les distributions angulaires. Cette ambiguité est connue sous le nom d'ambiguité d'Igo. La formule (6) peut également être mise sous la forme :

$$Log \; V = \left(- \frac{1}{a_V} \right) R_V + (C') \qquad (7)$$

où les termes entre parenthèses sont des constantes. Log V est une droite en fonction de R_V.

Nous avons analysé la diffusion élastique à l'aide du code ECIS de J. Raynal [11]. Le programme effectue une recherche sur les paramètres du potentiel optique en minimisant l'écart quadratique moyen défini par :

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \left\{ \frac{\sigma_{exp}(\theta_i) - \sigma_{th}(\theta_i)}{\Delta\sigma(\theta_i)} \right\}^2$$

où N est le nombre total de points expérimentaux, $\sigma_{exp}(\theta_i)$ et $\sigma_{th}(\theta_i)$ sont les sections efficaces expérimentale et théorique en chaque angle θ_i et $\Delta\sigma(\theta_i)$ est l'incertitude expérimentale sur la valeur $\sigma_{exp}(\theta_i)$.

Nous disposons en principe de 7 paramètres dans cette recherche qui sont V, R_V, a_V, W, R_W, a_W et R_C. Nous avons en fait procédé en deux étapes. Dans une première phase nous avons utilisé un potentiel à 4 paramètres, car nous avons imposé des géométries égales pour les parties réelle et imaginaire du potentiel $a_V = a_W$ et $R_V = R_W$. De plus nous avons fixé $R_C = 1,2\ (A_P^{1/3} + A_T^{1/3})$ pour tous ces calculs. Des recherches avec des valeurs différentes de R_C, tous les autres paramètres étant fixés, nous ont montré que le calcul n'est pas très sensible à cette variation, ce qui a déjà été vu dans d'autres expériences effectuées avec des ions lourds [12,13]. Dans une deuxième étape, nous disposions de 5 paramètres : V, a_V, W, a_W et les rayons $R_{V,W,C}$ qui étaient égaux entre-eux mais variables pour chaque calcul. Nous avons pris comme potentiel de départ le potentiel donné par N. Alamanos [2]. Dans notre recherche utilisant 4 paramètres, nous avons voulu voir si l'ambiguité d'Igo se vérifie pour le système $^{12}C + {}^{40}Ca$. Pour cela nous avons fixé pour tous les potentiels cherchés $a_V = 0,500$. Les valeurs des paramètres obtenus sont données dans le tableau II. C est la constante de la formule (6). Les courbes correspondant à ces potentiels sont montrées sur la Figure 23.

Tableau II

$^{40}Ca(^{12}C,^{12}C)^{40}Ca$ - 45 MeV lab. Paramètres des potentiels optiques

V	r_V	a_V	W	r_W	a_w	V/W	C ($\times 10^7$)
47,99 (1)	1,26	0,500	7,51	1,26	0,500	5,60	8,50
94,48 (2)	1,20	0,500	9,79	1,20	0,500	9,65	8,43
146,98 (3)	1,16	0,500	12,29	1,16	0,500	11,96	8,31
496 (4)	1,06	0,500	26,63	1,06	0,500	18,63	8,95

Leur examen conduit à plusieurs remarques :

- Nous obtenons un accord satisfaisant entre expérience et théorie avec des potentiels dont les parties imaginaire et réelle sont de même géométrie et dont le rapport V/W est élevé (toujours supérieur à 5,5), ce qui indique que l'absorption est assez faible, et qu'en tout état de cause, à la surface, ces potentiels sont transparents.

- Un autre fait important à signaler est que tous ces potentiels peu absorbants qui reproduisent bien les oscillations expérimentales aux angles inférieurs à

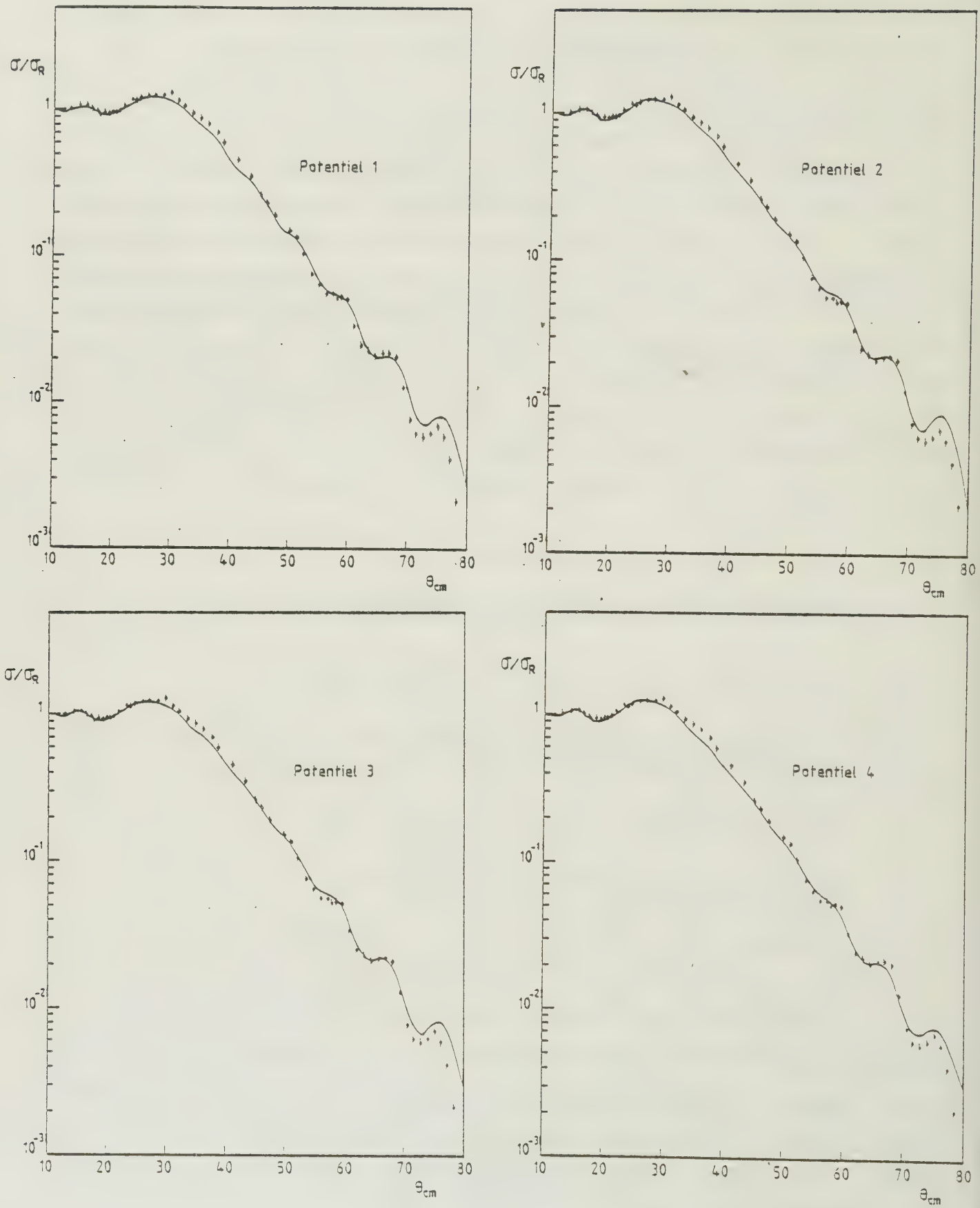


Figure 23 - $^{40}Ca(^{12}C,^{12}C)^{40}Ca$ - 45 MeV_{lab}. Courbes correspondant aux potentiels du Tableau II.

90°CM, présentent une forte remontée aux angles arrière (Figure 24). Or il est à présent connu qu'aux énergies auxquelles nous avons travaillé, les remontées à l'arrière des sections efficaces de diffusion élastique sont souvent liées à l'observation de structures dans les fonctions d'excitation. L'étude des oscillations aux angles "intermédiaires" peut donc remplacer, dans une certaine mesure et faute de mieux, des expériences à 180° lorsque ces mesures ne sont pas accessibles techniquement.

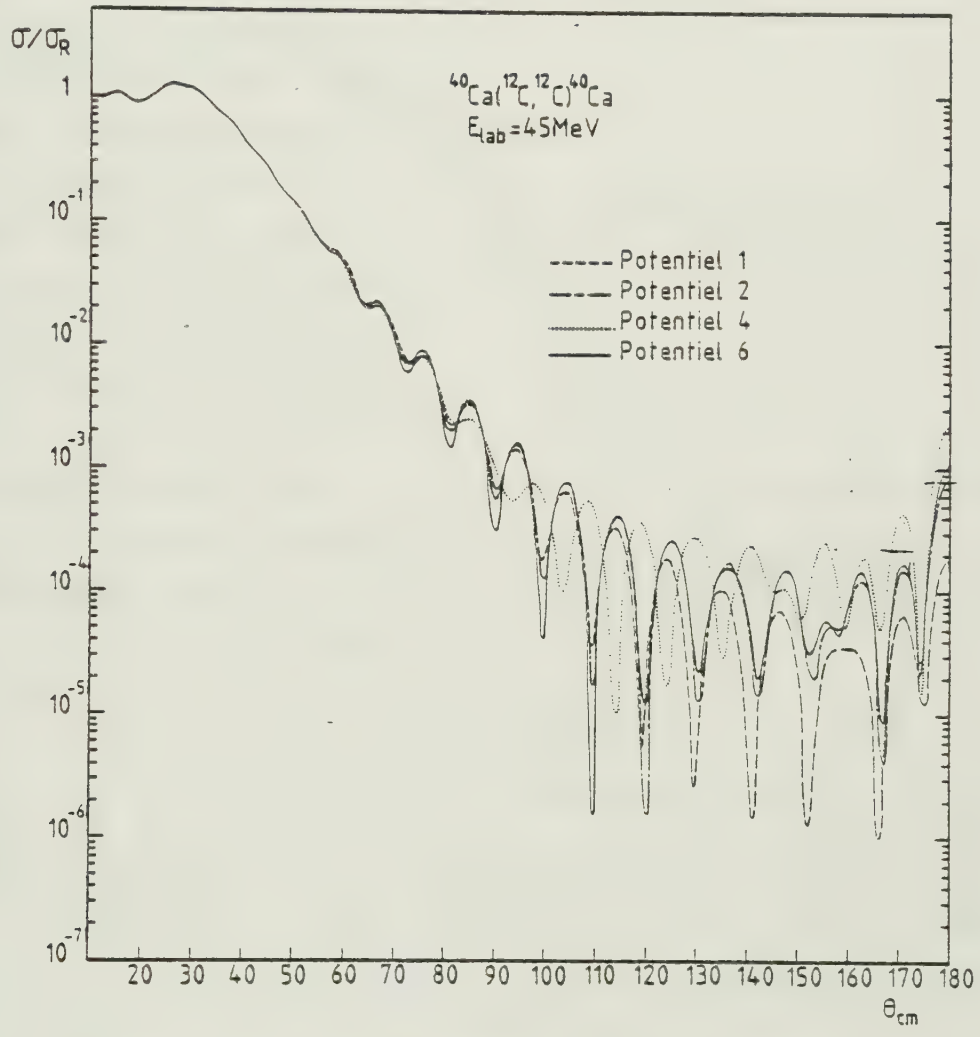


Figure 24 - $^{40}Ca(^{12}C,^{12}C)^{40}Ca$ - 45 MeV_{lab}. Calcul du modèle optique pour différents potentiels.

- Ces potentiels vérifient l'ambiguité d'Igo comme on pouvait s'y attendre, compte tenu des arguments donnés plus haut. Ceci est illustré sur la Figure 25 sur laquelle est vérifiée la relation (7). La Figure 24 montre que des données expérimentales dans la région d'angles intermédiaires permettraient, sinon de lever toutes les ambiguités, du moins de discriminer entre les potentiels (1) et (2) d'une part, (4) d'autre part, celui-ci présentant des oscillations en opposition de phase avec les prédictions des deux autres potentiels dans ce domaine angulaire. Cependant dans cette région la section efficace est très faible, ce qui nécessite des mesures très longues et minutieuses.

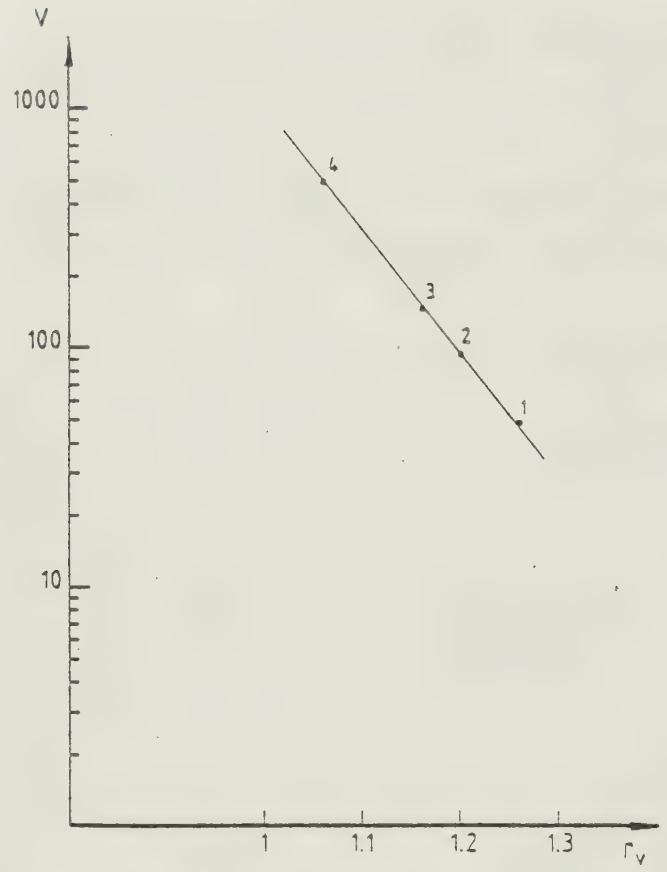


Figure 25 - Vérification de la relation (7) pour les potentiels du Tableau II.

Dans une deuxième étape, nous avons cherché à améliorer l'accord entre expérience et théorie, spécialement dans la région angulaire qui suit le maximum "Fresnel". Pour cela nous avons fait varier a_V et a_W indépendamment l'un de l'autre. Nous sommes partis du potentiel (2) du Tableau II. En premier lieu nous avons fixé V et avons fait varier les autres paramètres. Nous avons alors obtenu le potentiel (5) donné dans le Tableau III. Nous avons ensuite fait varier tous les paramètres à partir de ce potentiel, et avons obtenu le potentiel (6) du Tableau III.

Les courbes correspondant aux potentiels obtenus pour le système $^{12}C + {}^{40}Ca$ sont présentées sur la Figure 26.

Tableau III

Système	V	r_V	a_V	W	r_W	a_W
$^{12}C + {}^{40}Ca$ (5)	94,48	1,20	0,504	10,46	1,20	0,500
$^{12}C + {}^{40}Ca$ (6)	97,11	1,19	0,501	10,73	1,19	0,330
$^{12}C + {}^{48}Ca$ (7)	97,93	1,20	0,510	11,56	1,20	0,533

Ces deux potentiels diffèrent principalement par la valeur de la diffusivité imaginaire a_W. Cependant le potentiel (6) reproduit mieux, à la fois les données expérimentales dans la région angulaire $30° < \theta_{CM} < 45°$, et l'amplitude de la dernière oscillation. Ces potentiels présentent également une grande transparence de surface comme on peut le constater sur la Figure 27. Il faut noter que le potentiel (6) qui reproduit mieux les données est nettement plus transparent à la surface que le potentiel (5) et que donc l'amplitude des oscillations est très sensible à des variations de transparence à la surface.

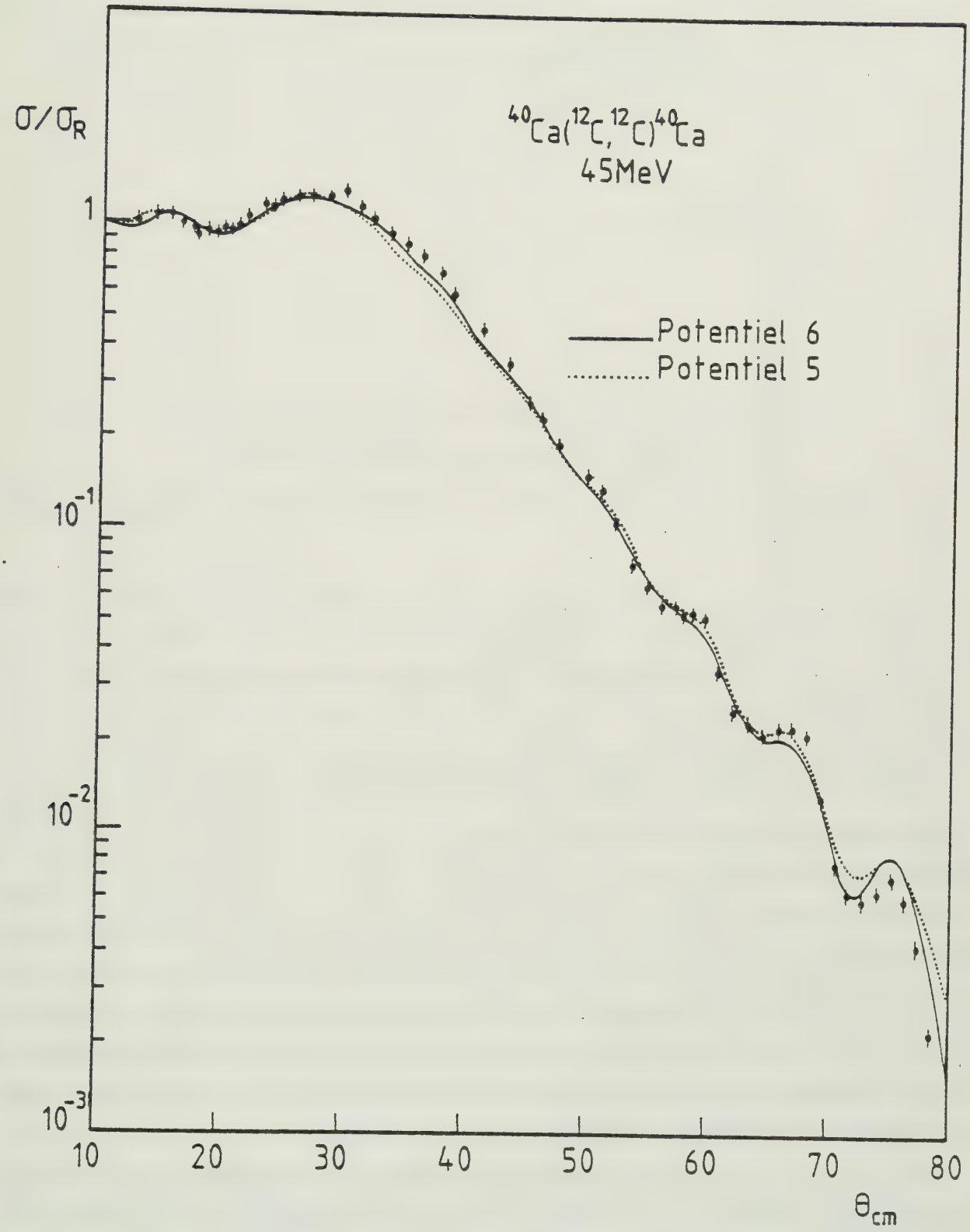


Figure 26 - $^{40}Ca(^{12}C,^{12}C)^{40}Ca$ - 45 MeV_{lab} - Calcul du modèle optique.

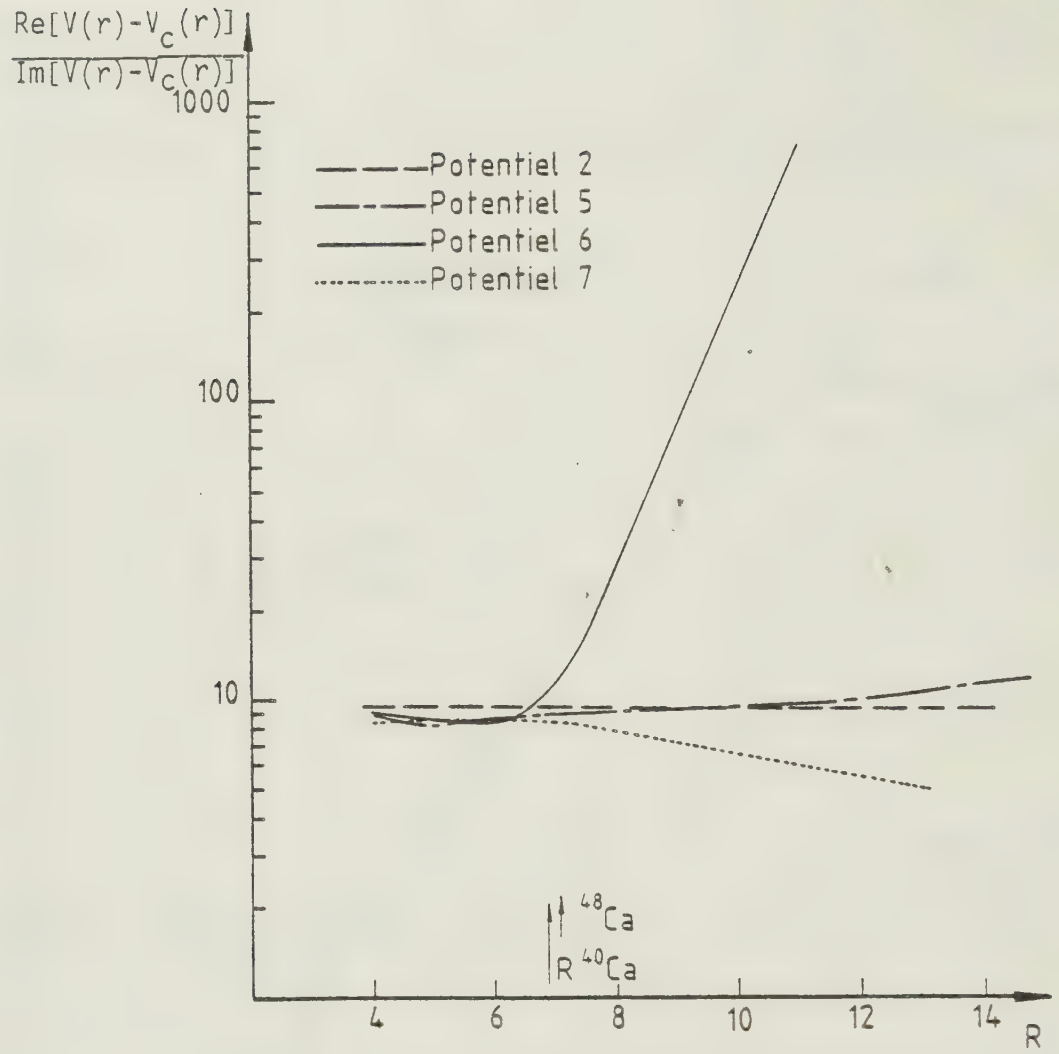


Figure 27 - Tracé du rapport $\frac{Re[V(r) - V_c(r)]}{Im[V(r) - V_c(r)]}$ *en fonction du rayon R.*

Le fait que ces deux potentiels reproduisent pratiquement aussi bien les données expérimentales provient de la raison suivante : en diffusion d'ions lourds il faut que l'amplitude du potentiel imaginaire à *l'intérieur* du noyau soit suffisante pour absorber les faibles moments angulaires, mais par contre que les trajectoires qui frôlent le noyau (autour du moment angulaire d'effleurement) ne soient pas absorbées pour pouvoir interférer. Les deux potentiels (5) et (6) obtenus dans la recherche satisfont tous deux cette condition comme on peut le constater sur la Figure 28, et reproduisent donc tous deux les données expérimentales de façon satisfaisante.

Nous avons également effectué une recherche à 6 paramètres pour la distribution angulaire $^{48}Ca(^{12}C,^{12}C)^{48}Ca$, en partant du potentiel (2) donné dans le Tableau II. Nous avons obtenu un potentiel optique dont la valeur des paramètres est donnée dans le Tableau III (potentiel 7). Comme nous l'avons déjà souligné précédemment, la distribution angulaire de la diffusion élastique de ^{12}C sur ^{48}Ca présente des oscillations nettement moins prononcées qu'en ce qui concerne ^{12}C sur ^{40}Ca.

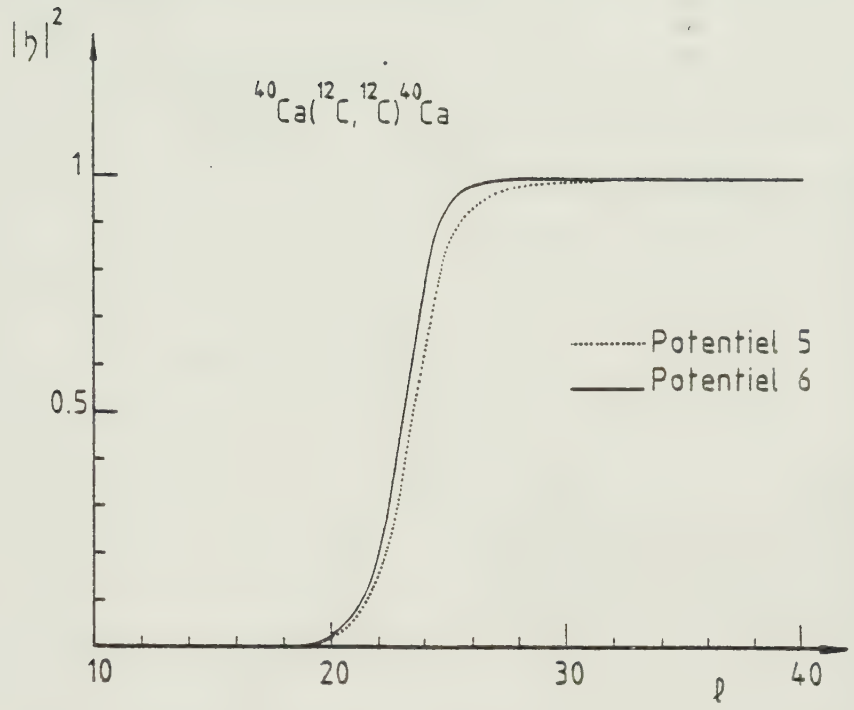


Figure 28 - Coefficients de réflexion calculés à partir du modèle optique pour les potentiels (5) et (6).

Ceci a également été vu par Renner [3] à une énergie voisine. L'accord entre les courbes théorique et expérimentale est montré sur la Figure 29. Cet accord est surtout qualitatif, en ce sens que l'on reproduit bien l'allure générale de la courbe, y compris l'amplitude des faibles oscillations, mais pas les phases de ces dernières. Il faut noter que la faiblesse de l'amplitude de ces oscillations rend justement difficile l'obtention d'un meilleur accord, mais le fait que la courbe théorique présente des oscillations d'une amplitude voisine de l'amplitude expérimentale nous donne confiance dans la valeur du rapport V/W. Nous pouvons constater sur la Figure 27 que ce potentiel est également transparent en surface. Toutefois, ce potentiel est nettement moins transparent à la surface que le potentiel (6) qui reproduit les données expérimentales du système ^{12}C + ^{40}Ca. Ainsi l'absorption dans le cas de ^{48}Ca se fait sentir sur une étendue plus grande que pour ^{40}Ca, ce qui pourrait être à l'origine des différences de comportement de ces deux noyaux. Comme on peut le voir sur la Figure 30, ce potentiel présente une remontée aux angles arrière, que ne prévoit pas un potentiel plus absorbant. Ceci est également une raison pour laquelle nous pensons que la valeur V/W de notre potentiel est certainement très proche de la valeur correcte. Ceci montre que le fait que la distribution angulaire oscille aux angles inférieurs à $\theta_{cm} = 90°$, même très faiblement, suffit à prévoir la remontée aux angles arrière de la section efficace.

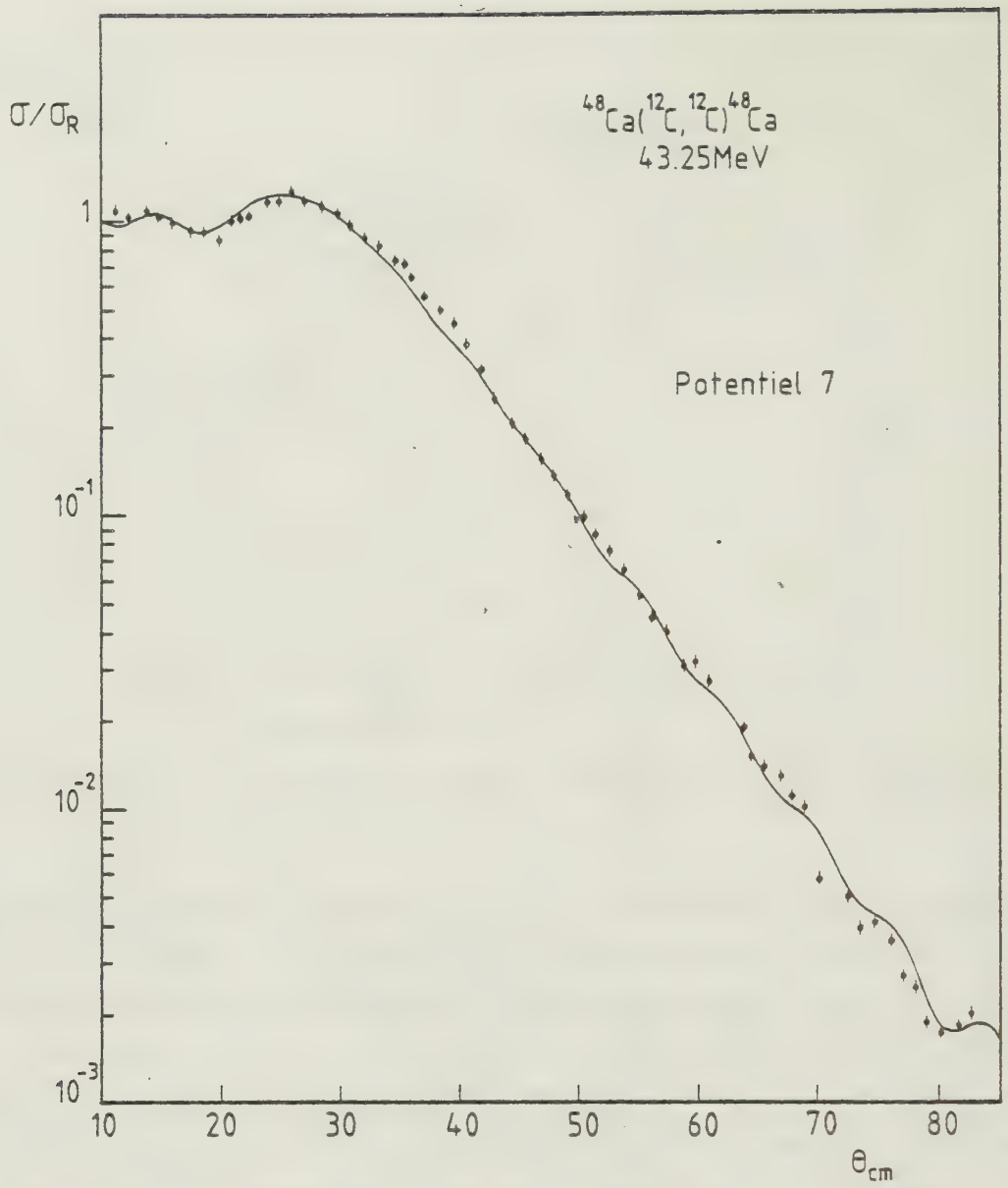


Figure 29

Une deuxième remarque très importante que l'on peut faire sur les potentiels du Tableau III est que les paramètres des potentiels qui décrivent les diffusions $^{48}Ca(^{12}C,^{12}C)^{48}Ca$ et $^{40}Ca(^{12}C,^{12}C)^{40}Ca$ (5) sont très voisins, alors que les courbes expérimentales sont très différentes. Seule la différence des diffusivités imaginaires *semble* pouvoir être responsable de cette différence (Figure 31).

Cependant nous avons calculé la prédiction du modèle optique pour ^{40}Ca en employant les paramètres utilisés pour ^{48}Ca. Le résultat est montré sur la Figure 32. Avec le potentiel (7) la pente de la distribution angulaire du système $^{12}C + ^{40}Ca$ est bien reproduite. De plus le décalage observé expérimentallement vers les plus grands angles pour ce système est également prédit par ce calcul. Le calcul théorique prévoit aussi des oscillations d'amplitudes plus

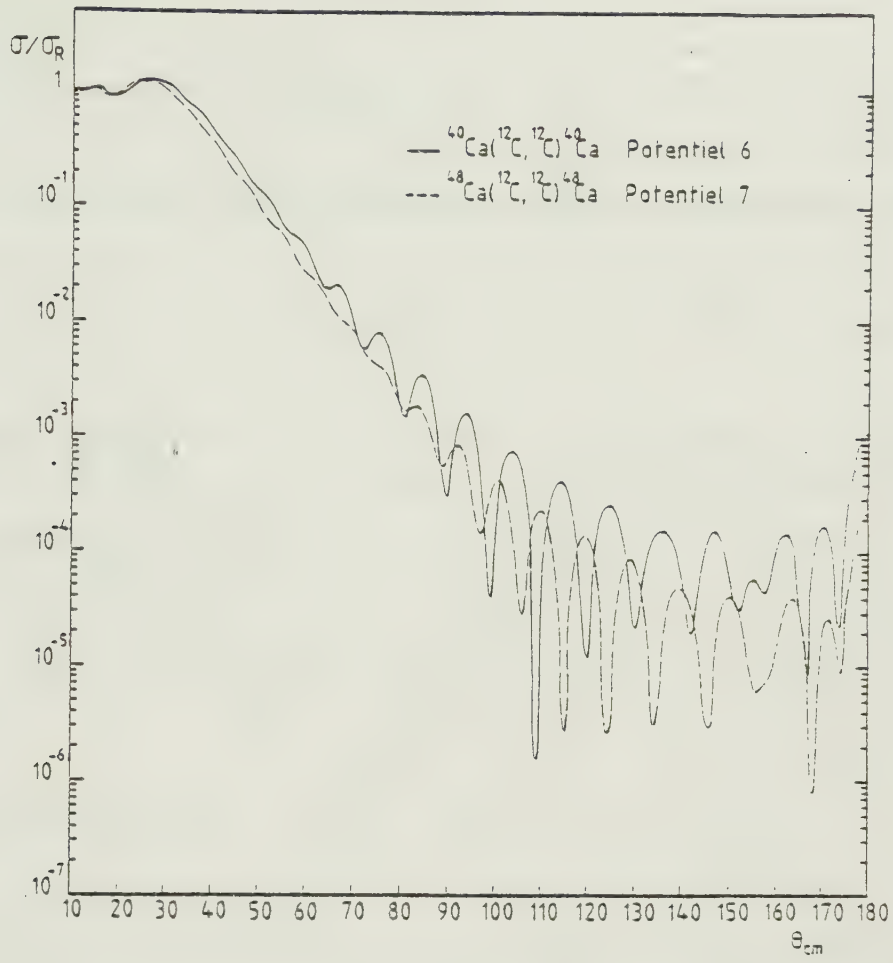


Figure 30

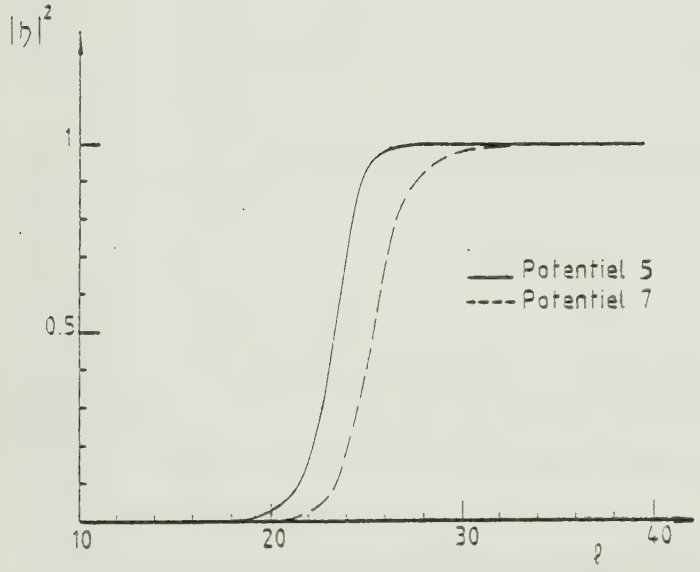


Figure 31 - Coefficients de réflexions pour les distributions $^{40}Ca(^{12}C, ^{12}C)^{40}Ca$ (5) et $^{48}Ca(^{12}C, ^{12}C)^{48}Ca$.

grandes pour ^{40}Ca que pour ^{48}Ca, mais il ne reproduit évidemment pas les données de ^{40}Ca de façon très satisfaisante (et pour cause). Ainsi la différence globale de comportement (décalage vers les plus grands angles et oscillations plus marquées pour ^{40}Ca) de ces deux isotopes semble provenir de leur différence de rayon car seul ce paramètre n'a pas la même valeur dans les deux recherches puisque $R = r_o(A_P^{1/3} + A_T^{1/3})$.

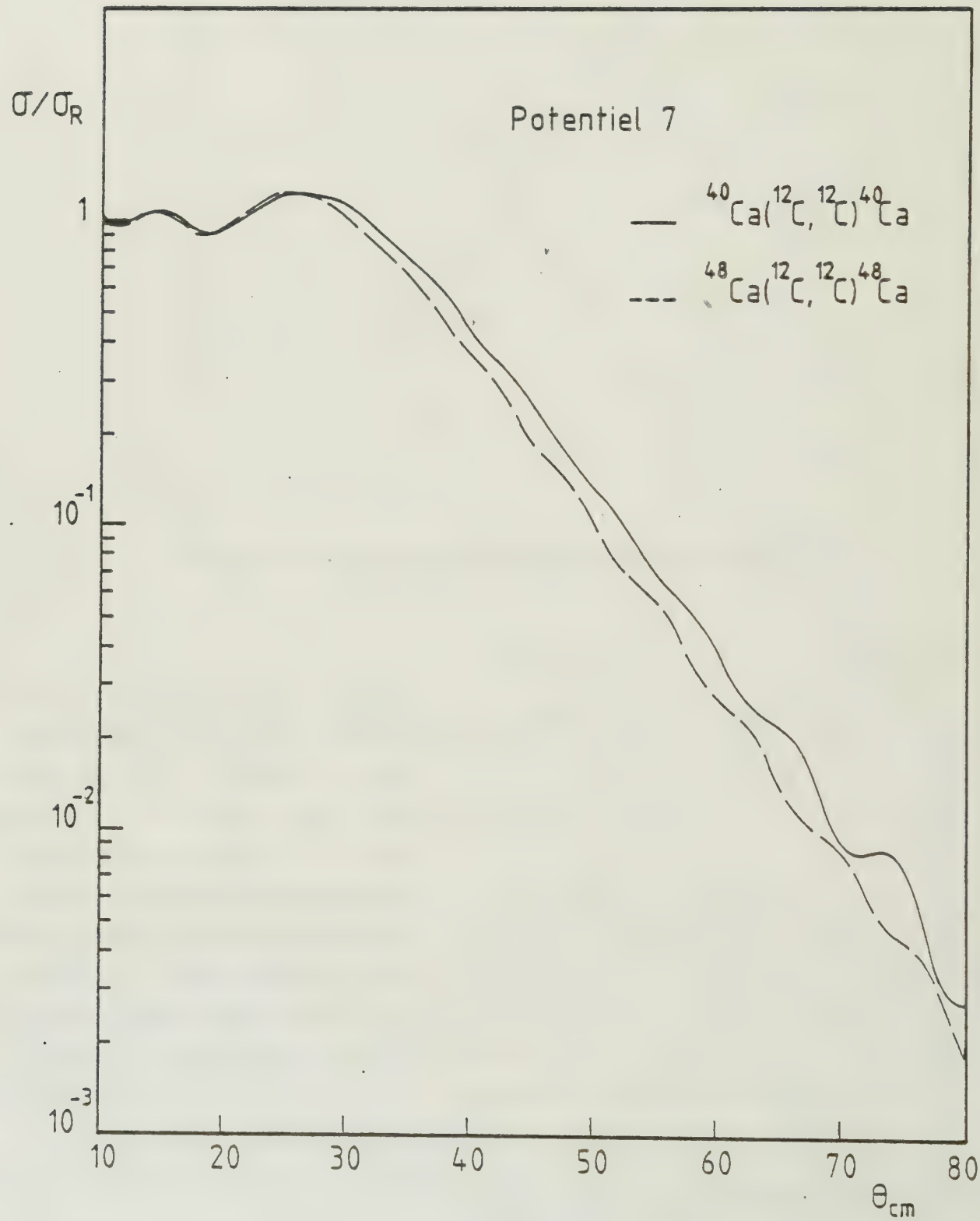


Figure 32 - Calculs du modèle optique pour les deux systèmes $^{12}C + ^{40}Ca$ et $^{12}C + ^{48}Ca$ avec le même potentiel.

- Conclusion

Nous avons analysé les distributions angulaires des diffusions élastiques $^{40}Ca(^{12}C,^{12}C)^{40}Ca$ et $^{48}Ca(^{12}C,^{12}C)^{48}Ca$ à l'aide du modèle optique.

Nous avons observé l'ambiguité d'Igo comme on pouvait s'y attendre.

Tous les potentiels que nous avons trouvés présentent une plus ou moins grande transparence de surface et prévoient une remontée de la section efficace aux angles arrière.

Cependant l'analyse en modèle optique ne nous a pas permis de comprendre clairement la différence de comportement des deux noyaux ^{40}Ca et ^{48}Ca dont une partie semble dûe à la différence de rayon des noyaux. Néanmoins, cette étude ne conduit pas à une explication physique claire de la différence observée dans les oscillations, qui sont plus marquées pour ^{40}Ca que ne le prévoit la seule différence des rayons et elle sera complétée par des analyses semi-classiques.

2. DIFFUSION INELASTIQUE

Dans beaucoup de noyaux, il existe des états vibrationnels ou rotationnels plus proches de l'état fondamental que les états excités à une particule, et qui sont fortement excités par la diffusion inélastique. La forte excitation de ces états collectifs implique qu'ils sont fortement couplés à l'état fondamental et le modèle qui décrit les diffusions élastique et inélastique doit tenir compte de l'existence de ce couplage important.

Si la cible n'est pas sphérique, le potentiel sera également non sphérique et suivra la déformation de la surface nucléaire, de telle sorte que l'on peut écrire :

$$U(\vec{r}) = U_o(r) + \Delta U(\vec{r}) \qquad (8)$$

où $U_o(r)$ est la partie à symétrie sphérique qui décrit la diffusion élastique (potentiel optique) et où $\Delta U(\vec{r})$ est un terme perturbatif que l'on peut développer sur la base des harmoniques sphériques $Y_{LM}(\theta,\phi)$:

$$\Delta U(\vec{r}) = \sum_{L,M} V_{LM}(r)\, Y_{LM}(\theta,\phi) \; . \qquad (9)$$

Notons que dans ce modèle seuls les états de parité naturelle $(-1)^L$ peuvent être excités.

Soit $U(r) = - V f(R) - iW f(R)$ le potentiel nucléaire, où $f(R)$ est une fonction de Woods-Saxon :

$$f(R) = \left[1 + e^{\frac{R-R_i}{a_i}}\right]^{-1} \quad , \quad i \equiv V,W \ .$$

Le noyau n'étant pas sphérique, le rayon R peut s'écrire :

$$R(\theta,\phi) = R_o + \sum_{L,M} \delta_{LM} Y_{LM}(\theta,\phi) \qquad (10)$$

où δ_{LM} sont les longueurs de déformation.

On développe le potentiel U en une série de Taylor en fonction de δ_{LM} :

$$U(\vec{r},R) = U_o(r,R_o) + \frac{\partial U_o(r,R_o)}{\partial R_o} \cdot \sum_{LM} \delta_{LM} Y_{LM}(\theta,\phi) + \ldots \qquad (11)$$

Compte tenu de la relation (8) le deuxième terme est $\Delta U(\vec{r})$. Les relations (9) et (10) montrent que la forme des facteurs $V_{LM}(r)$ est la même pour tous les L et M ($V_{LM}(r)$ est proportionnel à $\partial U_o / \partial R_o$).

Dans le cas considéré où le potentiel a une forme de Woods-Saxon, $\partial U_o / \partial R_o = - \partial U_o / \partial r$, et les facteurs $V_{LM}(r)$ présentent un maximum à la surface. Une fois connu U_o par la diffusion élastique, les facteurs $V_{LM}(r)$ sont connus par les longueurs de déformation δ_{LM}.

Dans le code ECIS de J. Raynal, les valeurs que l'on donne sont les déformations β_L qui sont reliées aux δ_{LM} par la relation suivante :

$$\beta_L = \frac{1}{R_o} \sqrt{\sum_M < |\delta_{LM}|^2 >} \ . \qquad (12)$$

Nous pouvons faire le même développement pour le potentiel coulombien et un résultat important à noter est que : [13]

- le potentiel nucléaire est proportionnel au produit de la déformation par le rayon ;

- le potentiel coulombien est proportionnel au produit de la déformation par le rayon élevé à la puissance L.

Les paramètres β_L du potentiel nucléaire sont connus par les expériences (n,n') d'excitation nucléaire, tandis que les déformations β_L du potentiel coulombien nous sont fournies par les expériences d'excitation coulombienne ou de désexcitation γ. Les valeurs des probabilités réduites de transition $B(E_L)$ sont connues et sont reliées à β_L par :

$$B(E_L) = \left[\frac{3 Z_T e}{4\pi} \beta_L R_T^L\right]^2 . \qquad (13)$$

où R_T est le rayon de la cible.

- Equations couplées

Nous allons maintenant exposer brièvement le formalisme des équations couplées. Pour plus de détail voir les références [13] ou [14].

Soient H_a et H_A les hamiltoniens intrinsèques de deux noyaux a et A. (Somme des énergies potentielle et cinétique des nucléons dans le noyau a(A)). Les fonctions d'onde internes ψ_a et ψ_A sont solutions des équations de Schrödinger :

$$H_a \psi_a = \varepsilon_a \psi_a$$

$$H_A \psi_A = \varepsilon_A \psi_A$$

où ε_a et ε_A sont les niveaux d'énergie des deux noyaux a et A en l'absence d'interaction.

L'hamiltonien total est obtenu en ajoutant à H_a et H_A l'énergie cinétique du mouvement relatif et le potentiel d'interaction V_α :

$$H = H_a + H_A - \frac{\hbar^2}{2\mu_\alpha} \Delta_\alpha + V_\alpha \ .$$

L'équation de Schrödinger devient :

$$H \psi = E \psi \qquad (14)$$

où E est l'énergie *totale* du système.

On peut développer ψ sur la base des fonctions d'onde internes ψ_a et ψ_A :

$$\psi = \sum_{a'A'} \chi_{a'A'}(\vec{r}_\alpha) \ \psi_{a'} \ \psi_{A'}$$

où la somme s'étend sur tous les états internes possibles de a et A et où $\vec{r}_\alpha$ est la distance entre les deux centres des noyaux a et A.

En portant cette expression de ψ dans l'équation (14), en multipliant à gauche par $\psi_a^* \ \psi_A^*$ et en intégrant sur toutes les coordonnées internes τ_a et τ_A des deux noyaux, nous obtenons :

$$\left[\Delta_\alpha - U_{aA,aA}(\vec{r}_\alpha) + k_{aA}^2\right] \chi_{aA}(\vec{r}) = \sum_{\substack{a' \neq a \\ A' \neq A}} \chi_{a'A'}(\vec{r}_\alpha) \ U_{aA,a'A'}(\vec{r}_\alpha) \qquad (15)$$

où $k_{aA}^2 = \frac{2\mu_\alpha}{\hbar^2} (E - \varepsilon_a - \varepsilon_A)$

et où les éléments de matrice $U_{aA,a'A'}(\vec{r}_\alpha)$ sont définis par :

$$U_{aA,a'A'}(\vec{r}_\alpha) = \frac{2\mu}{\hbar^2} \iint \psi^*_a(\tau_a)\ \psi^*_A(\tau_A)\ V_\alpha\ \psi_{a'}(\tau_a)\ \psi_{A'}(\tau_A)\ d\tau_a\ d\tau_A = \frac{2\mu}{\hbar^2} < aA|V_\alpha|a'A' >.$$

Le terme de gauche de l'équation (15) décrit la diffusion d'une particule par un potentiel fixe $U_{aA,aA}(\vec{r}_\alpha)$ et décrit donc la diffusion élastique.

Le terme de droite décrit le couplage entre divers états et rend compte de la diffusion inélastique.

Il existe une équation de la forme (15) pour chaque paire d'états a' et A' et l'ensemble de ces équations forme les équations couplées.

En principe si nous connaissons tous les éléments de matrice $U_{aA,a'A'}(\vec{r})$ nous pouvons résoudre ces équations couplées et obtenir une description complète de la réaction. En pratique, nous tronquons le nombre d'équation en ne prenant en compte que quelques voies qui sont théoriquement (ou expérimentalement) fortement couplées et le reste des voies est pris en compte par la partie imaginaire du potentiel optique.

- Analyse

Nous avons analysé les diffusions élastique et inélastique à l'aide du formalisme des équations couplées uniquement pour ^{40}Ca pour lequel nous disposions davantage de points expérimentaux pour la diffusion inélastique aux angles avant que pour ^{48}Ca. Cette analyse a été effectuée pour la diffusion élastique et la diffusion inélastique vers le niveau 3^-, en utilisant le code de J. Raynal [11].

Nous sommes partis pour cette recherche du potentiel (6) et avons obtenu les paramètres donnés dans le Tableau IV. Dans ce calcul le potentiel réel est déformé.

Tableau IV

V	r_V	a_V	W	r_W	a_W	r_C	β_3
99,93	1,18	0,500	10,00	1,18	0,455	1,18	0,434

Les résultats du calcul et les points expérimentaux sont présentés sur la Figure 33.

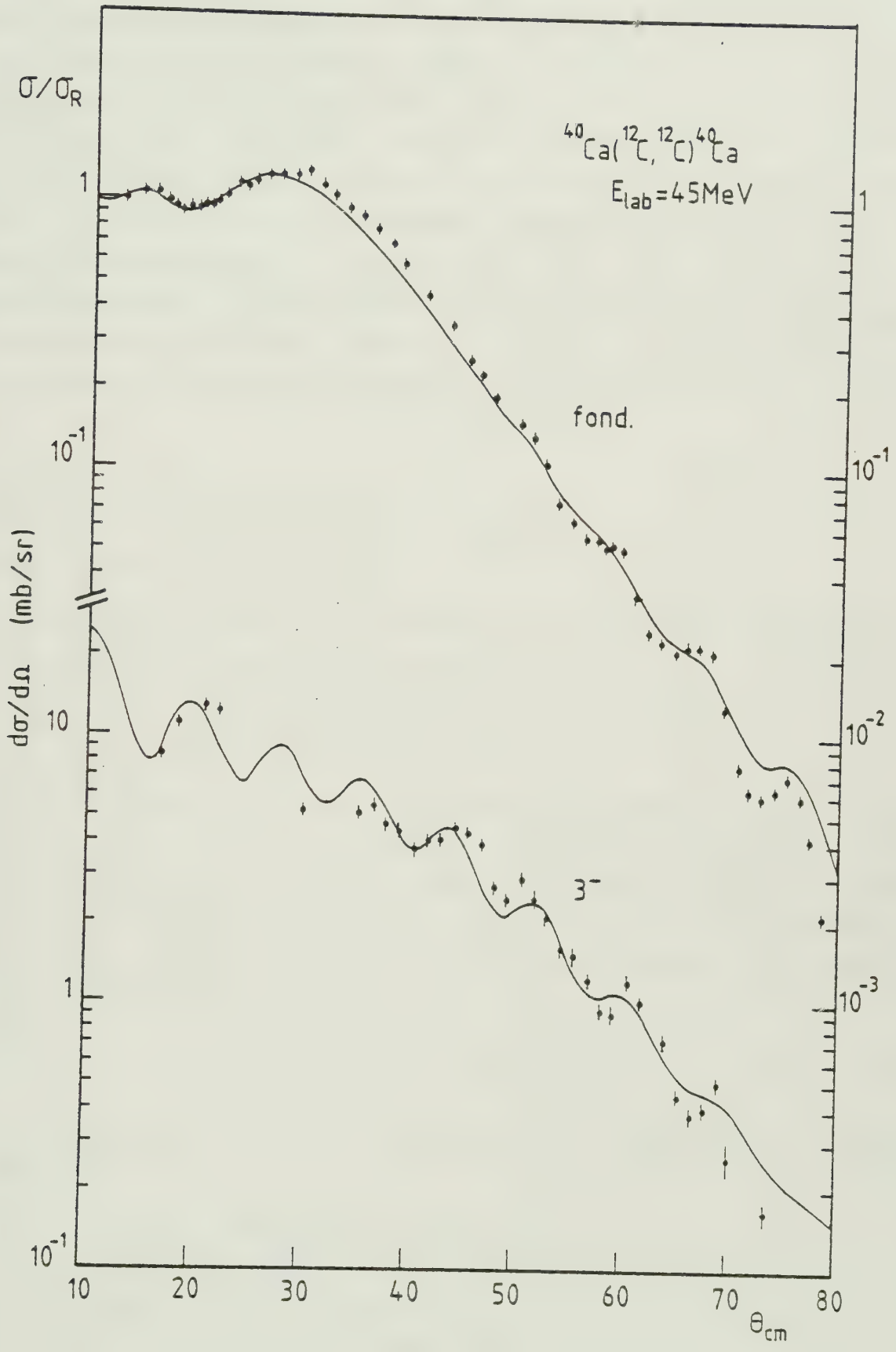


Figure 33 - Diffusion élastique et inélastique vers le niveau 3^- de ^{40}Ca. Les courbes sont calculées par une méthode de voies couplées avec les paramètres du Tableau IV.

On peut constater sur cette figure que l'accord est satisfaisant globalement. En particulier la valeur absolue de la section efficace de la diffusion inélastique est bien reproduite. Les phases des oscillations calculées sont également en bon accord avec les points expérimentaux, avec un léger décalage d'environ 1° en ce qui concerne la diffusion inélastique. L'amplitude des oscillations est assez bien reproduite pour la diffusion inélastique mais est un peu faible pour la diffusion élastique, spécialement pour la dernière oscillation.

Cet accord peut probablement être amélioré, en faisant varier les rayons indépendamment les uns des autres et en faisant varier β_3. Cependant le but de notre analyse n'étant pas l'étude de la diffusion inélastique par le modèle optique, nous n'avons pas poursuivi nos recherches pour obtenir un meilleur accord.

Chapitre IV

ANALYSES SEMI-CLASSIQUES

1. GENERALITES SUR LES METHODES SEMI-CLASSIQUES

a) Théorie classique de la diffusion

L'interaction de deux corps de masses m_1 et m_2, situés aux points r_1 et r_2 est décrite par le Lagrangien du système :

$$\mathcal{L} = \frac{m_1 \dot{\vec{r}}_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{\vec{r}}_2^2}{2} - U(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|).$$

Le symbole $\dot{f}$ désigne la dérivée de f par rapport au temps, soit $\frac{df}{dt}$. En introduisant le vecteur $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$, en plaçant l'origine des coordonnées au centre d'inertie et en appelant μ la masse réduite du système : $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$, on ramène le problème du mouvement de deux corps en interaction à celui du mouvement d'un point de masse μ soumis à un champ extérieur U(r). Ce mouvement est décrit par la fonction de Lagrange :

$$\mathcal{L} = \frac{\mu \dot{\vec{r}}^2}{2} - U(r) \quad . \tag{16}$$

En introduisant les coordonnées polaires r, ϕ, nous pouvons réécrire (16) sous la forme :

$$\mathcal{L} = \frac{\mu}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2) - U(r) \quad .$$

La résolution des équations de Lagrange

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i}$$

où q_i est une coordonnée généralisée, nous donne le mouvement du corps soumis au champ U(r).

La résolution de cette équation pour la coordonnée cyclique ϕ conduit à :

$$\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \phi} = 0 = \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \dot{\phi}} .$$

Nous obtenons donc $\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \dot{\phi}} = \mu\, r^2\, \dot{\phi} = Cte$. C'est-à-dire qu'il y a conservation du mouvement angulaire

$$L = \mu\, r^2\, \dot{\phi} . \tag{17}$$

De cette expression, nous tirons $\dot{\phi} = \frac{L}{\mu\, r^2}$, et en portant cette relation dans l'expression de l'énergie

$$E = \frac{\mu}{2} (\dot{r}^2 + r^2\, \dot{\phi}^2) + U(r)$$

nous obtenons :

$$E = \frac{\mu}{2} \left[\dot{r}^2 + \frac{L^2}{\mu^2\, r^2} \right] + U(r) = \frac{\mu\, \dot{r}^2}{2} + \frac{L^2}{2\mu\, r^2} + U(r).$$

Nous pouvons extraire de cette expression dt :

$$dt = \frac{dr}{\dot{r}} = \frac{dr}{\sqrt{\frac{2}{\mu} \left[E - \frac{L^2}{2\mu\, r^2} - U(r) \right]}}$$

et par conséquent l'angle ϕ, car $d\phi = \frac{L}{\mu\, r^2}\, dt$:

$$\phi = \int \frac{L/r^2}{\sqrt{2\mu\, (E - U(r)) - L^2/r^2}}\, dr + Cte \tag{18}$$

où les bornes de l'intégrale sont définies par l'équation :

$$E = U(r) + \frac{L^2}{2\mu\, r^2} .$$

Considérons à présent le cas de la diffusion d'une particule de masse μ dans un champ U(r). Les coordonnées intervenant dans le calcul sont explicitées sur la Figure 34.

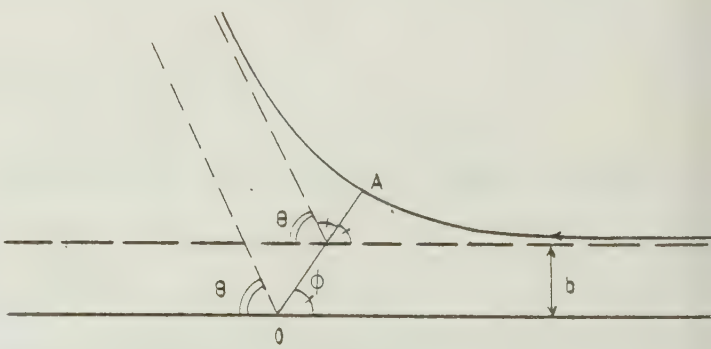


Figure 34 - Coordonnées relatives à la diffusion.

La trajectoire d'une particule dans un champ central est symétrique par rapport à la droite passant par le point de l'orbite le plus proche du centre [15], on a donc :

$$\Theta = \pi - 2\,\phi$$

et par conséquent

$$\Theta = \pi - 2\int_{r_{min}}^{\infty} \frac{L/r^2}{\sqrt{2\mu\,(E - U(r)) - L^2/r^2}}\,dr$$

r_{min} étant le point de rebroussement, c'est-à-dire la valeur pour laquelle

$$E = \frac{L^2}{2\mu\,r^2} + U(r)\ .$$

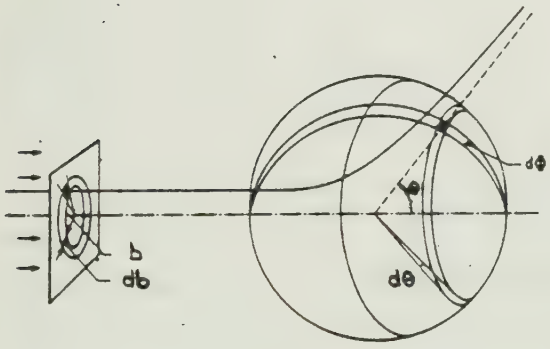
Θ est *l'angle de déflexion*. Il varie entre les valeurs $-\infty$ et π, et est relié à *l'angle de diffusion* θ par :

$$\Theta = \pm\,\theta - 2m\pi.$$

- Section efficace classique

Soit dN le nombre de particules diffusées par unité de temps entre θ et $\theta + d\theta$. Soit n le nombre de particules incidentes par unité de temps et unité de surface ; la section efficace vaut :

$$d\sigma = \frac{dN}{n}.$$



Or $dN = n \times 2\pi b\,db$ (Figure 35), d'où :

$$d\sigma = 2\pi b\,db = 2\pi b\left|\frac{db}{d\theta}\right| d\theta\ .$$

Si nous faisons intervenir l'angle solide $d\Omega = 2\pi \sin\theta\,d\theta$, nous obtenons pour la section efficace classique :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta}\left|\frac{db}{d\theta}\right|\ . \qquad (19)$$

Figure 35 - Les projectiles traversant la zone hachurée dans la couronne (b,b+db) sont déviés dans l'angle solide figuré en noir. Le rapport entre la surface b db dφ et l'angle solide sinθ dθ dφ est la section efficace différentielle.

Compte tenu du fait que L = kb, nous pouvons réécrire (19) sous la forme :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{L}{k^2\,\sin\theta}\left|\frac{dL}{d\theta}\right| = \frac{L}{k^2\,\sin\theta\left|\frac{d\theta}{dL}\right|}. \qquad (20)$$

Nous voyons donc que la section efficace est étroitement liée à la forme de la fonction de déflexion.

b) Méthodes semi-classiques

Dans la diffusion d'ions lourds, il est légitime d'utiliser des concepts classiques pour décrire le mouvement des ions en interaction, la longueur d'onde relative du mouvement étant faible comparée aux dimensions caractéristiques du potentiel d'interaction.

Cependant, il est nécessaire de tenir compte de certains effets quantiques, tels les interférences, la diffraction ou l'effet tunnel. Quand la théorie est modifiée de façon à tenir compte de ces effets, nous obtenons une description *semi-classique* de la diffusion. Cette description est justifiée par le principe de correspondance qui dit que la mécanique quantique se réduit à la mécanique classique quand $\hbar$ est beaucoup plus petit que la différence de l'action classique entre deux chemins voisins, [16], ce qui permet de relier l'aspect corpusculaire (trajectoires) à l'aspect ondulatoire (phénomènes d'interférences).

Les méthodes semi-classiques reposent sur un certain nombre d'approximations mathématiques que nous rappellerons très brièvement. (Pour une description plus détaillée voir la réf.[17]). Le but de ces approximations est de calculer l'amplitude de diffusion

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell} (2\ell+1) \left(e^{2i\eta_\ell} - 1\right) P_\ell(\cos\theta) \qquad (21)$$

et par conséquent la section efficace :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 \ .$$

Ces approximations sont au minimum au nombre de trois:

- le déphasage η_ℓ est paramétrisé selon la méthode JWKB :

$$\eta_\ell = \frac{\pi}{4} + \frac{\ell\pi}{2} - kr_o + \int_{r_o}^{\infty} (k_r - k)\, dr$$

où

$$k = \left(\frac{2\mu E}{\hbar^2}\right)^{1/2}$$

$$k_r = \left\{ \frac{2\mu}{\hbar^2} (E-V) - \frac{(\ell+1/2)^2}{r^2} \right\}^{1/2}$$

et où r_o est défini par $k_r = 0$.

La relation entre les résultats quantique et classique est illustrée par l'importante propriété des déphasages JWKB : ceux-ci sont reliés à la fonction de déflexion classique par

$$\theta(\ell) = \pm 2 \frac{d\eta_\ell}{d\ell} . \qquad (22)$$

- Les polynômes de Legendre sont remplacés par leurs expressions asymptotiques valables pour les grands moments angulaire ℓ ;

- la sommation discrète $\sum_\ell$ qui intervient dans l'expression (21) est remplacée par une intégrale. Cette approximation nécessite que de nombreux moments angulaires contribuent de façon significative à la diffusion et que le déphasage varie lentement avec ℓ.

Ces trois approximations mathématiques conduisent à l'expression suivante pour l'amplitude de diffusion :

$$f_{sc}(\theta) = - \frac{1}{k\sqrt{2\pi \sin\theta}} \int_0^\infty \sqrt{\ell + \tfrac{1}{2}} \left[e^{i\phi_+} - e^{i\phi_-} \right] d\ell \qquad (23)$$

où $\phi_\pm = 2\eta_\ell \pm (\ell + \frac{1}{2})\theta \pm \frac{\pi}{4}$.

Nous avons posé $\sum_\ell (2\ell+1) P_\ell(\cos\theta) = 0$ [17].

En pratique, il convient d'ajouter à ces trois approximations, une quatrième qui consiste à évaluer l'intégrale par la méthode des phases stationnaires. Cette dernière approximation n'est pas toujours valable. En particulier, dans le cas où la fonction de déflexion présente des extrema, près de ceux-ci, la méthode ne peut être employée. Nous reviendrons en détail sur ce point dans le paragraphe consacré à la méthode de Da Silveira.

Les deux méthodes semi-classiques que nous allons décrire et que nous avons utilisées pour analyser nos données reposent sur ces approximations mathématiques. Elles considèrent que les oscillations observées sur les distributions angulaires proviennent de l'interférence de plusieurs trajectoires ; elles diffèrent entre-elles sur la *nature* de ces trajectoires. L'amplitude de diffusion, peut être décomposée soit angulairement (Da Silveira), soit radialement (Brink et Takigawa) en plusieurs amplitudes distinctes diffusées au même angle et produisant les oscillations observées.

2. METHODE DE DA SILVEIRA

Depuis une dizaine d'années que l'on observe des oscillations dans la région d'angles "intermédiaires" dans la diffusion d'ions lourds pour certains systèmes ($^{16}O + {}^{28}Si$, $^{16}O + {}^{40}Ca$, ...), la polémique reste ouverte sur l'origine

de ces oscillations. Certains pensent que la diffraction est à l'origine de ce comportement oscillatoire, tandis que d'autres l'attribuent à l'interférence de deux ondes réfractées, passant de part et d'autre du noyau.

Da Silveira a développé une description semi-classique qui permet en principe de trancher de façon simple entre ces deux phénomènes. En effet, en étudiant la diffusion inélastique à l'aide des méthodes semi-classiques, il a abouti au résultat suivant [18] :

Les oscillations, qui ont comme origine l'interférence de deux trajectoires passant de part et d'autre du noyau, de la distribution angulaire de la diffusion inélastique, sont en phase avec celles de la diffusion élastique si le niveau excité est de parité paire, en opposition de phase si le niveau excité est de parité impaire.

Cette règle de phase est l'inverse de la règle de phase de Blair.

En conséquence, il faut mesurer la distribution angulaire de la diffusion inélastique dans un domaine angulaire en arrière de l'angle "arc-en-ciel" (voir plus loin) où la diffusion élastique présente des oscillations, et examiner si on observe les règles de phase de Blair, auquel cas le phénomène responsable des oscillations est la diffraction, ou les règles de phase de Da Silveira, auquel cas les oscillations proviennent de l'interférence de deux trajectoires réfractées.

Knoll et Schaeffer ont montré [19] que les règles de phase de réfraction ne peuvent être observées que dans un domaine angulaire pour lequel le facteur de forme a une pente très douce et n'est donc pas fortement localisé. Ceci montre que ces règles de phase ne peuvent être vues que dans un domaine où les effets coulombiens sont encore importants, donc après "l'arc-en-ciel" coulombien ($\sigma/\sigma_R = 0,5$). Ces règles seront observables sur quelques oscillations pour lesquelles les effets coulombiens sont importants, puis au fur et à mesure que ces effets deviendront négligeables, le caractère diffractionnel de la diffusion se fera de plus en plus sentir et après avoir observé des règles de phase intermédiaires, on devrait, à l'arrière, observer à nouveau les règles de phase de Blair.

Nous avons mesuré pour les deux systèmes ^{12}C sur ^{40}Ca et ^{12}C sur ^{48}Ca, les distributions angulaires de la diffusion inélastique vers les niveaux 3^- (3,737 MeV) et 2^+ (3,904 MeV) pour ^{40}Ca et le niveau 2^+ (3,84 MeV) pour ^{48}Ca. Les résultats sont présentés sur la Figure 36.

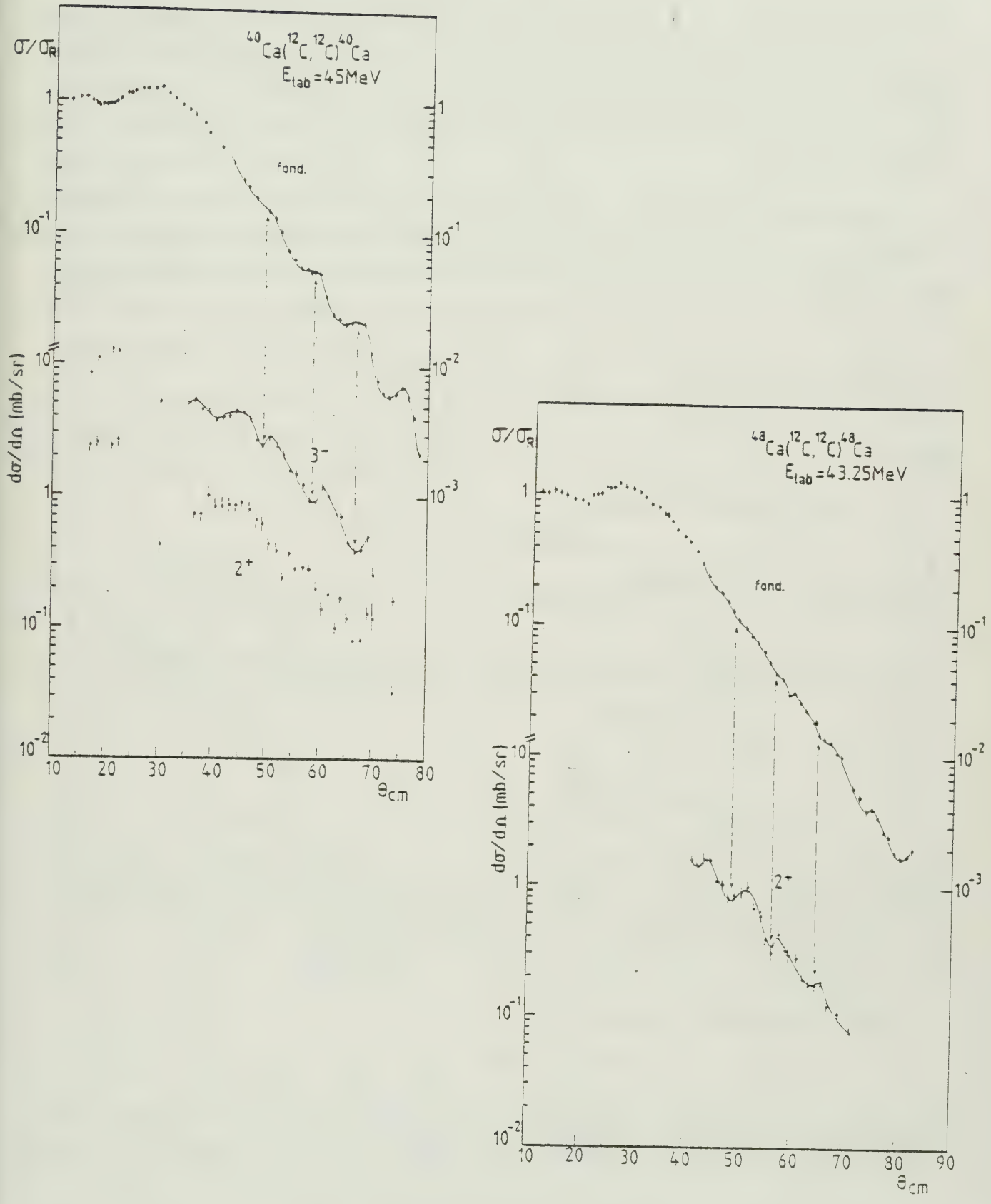


Figure 36 - Mise en évidence de la règle de phase existant entre les oscillations de la diffusion élastique et de la diffusion inélastique. (les courbes en traits pleins sont tracées pour guider l'oeil).

Nous voyons sur ces courbes que la règle de phase de Da Silveira est nettement observée pour la diffusion inélastique $^{40}Ca(^{12}C,^{12}C)^{40}Ca^{*}$ vers le niveau 3^{-}, tandis qu'il est plus difficile de conclure pour ^{48}Ca, les distributions angulaires élastique et inélastique n'oscillant que faiblement. Cependant, la règle de phase entrevue dans ce cas semble bien être à nouveau la règle de phase de Da Silveira.

Nous pouvons donc conclure que le phénomène responsable des oscillations observées dans le domaine angulaire exploré dans les diffusions $^{40}Ca(^{12}C,^{12}C)^{40}Ca$ et $^{48}Ca(^{12}C,^{12}C)^{48}Ca$ est la réfraction. Ces oscillations proviennent donc de l'interférence de deux trajectoires passant de part et d'autre du noyau.

Da Silveira considère que ces trajectoires correspondent à deux branches distinctes de la fonction de déflexion (Figure 37).

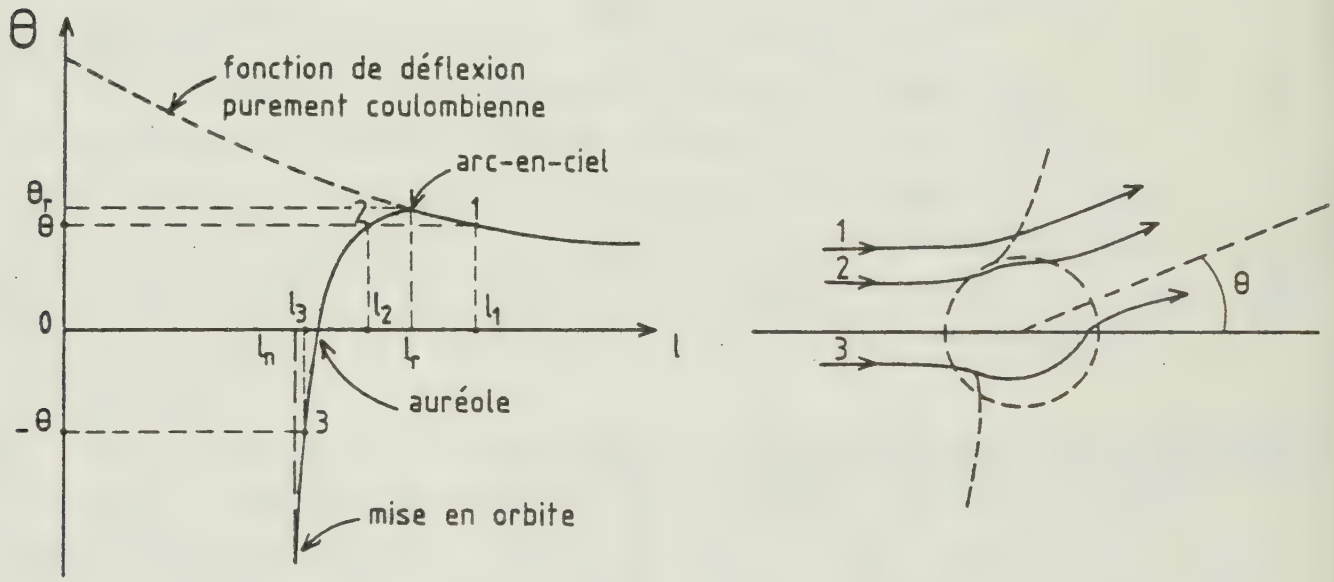


Figure 37 - Partie gauche : fonction de déflexion. Partie droite : trajectoires diffusées au même angle θ correspondant à la fonction de déflexion ci-contre. 1. trajectoire coulombienne ; 2. trajectoire correspondant au moment angulaire ℓ_2 ; 3. trajectoire correspondant à la branche négative.

Da Silveira écrit donc que

$$f(\theta) = f_r(\theta) + f_n(\theta) \ .$$

La section efficace $\sigma_n(\theta) = |f_n(\theta)|^2$, correspondant à la branche négative de la fonction de déflexion, s'obtient directement à partir de l'expression (19) :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_n = \frac{\ell_n}{k^2 \sin\theta \left|\frac{d\theta}{d\ell}\right|_{\ell=\ell_n}} \ .$$

L'autre amplitude provient de la région où la fonction de déflexion présente un maximum. Plusieurs trajectoires de moments angulaires voisins de ℓ_r sont diffusées au même angle θ (Figure 37). Pour cet angle $\frac{d\theta}{d\ell} = 0$ et l'évaluation de la section efficace par la théorie classique présenterait une singularité. Nous employons donc pour évaluer l'amplitude de diffusion près de cet angle la théorie semi-classique. Ce phénomène est appelé arc-en-ciel par analogie avec l'optique où la diffusion de la lumière par les gouttelettes d'eau est responsable de l'arc-en-ciel. L'angle et le moment angulaire pour lesquels la fonction de déflexion présente un extrémum sont appelés respectivement, angle arc-en-ciel (θ_r) et moment angulaire arc-en-ciel (ℓ_r).

Près de cet angle la méthode des phases stationnaires ne peut plus être appliquée car les régions situées autour des moments angulaires ℓ_1 et ℓ_2 se recouvrent. On effectue un développement de Taylor de la fonction de déflexion autour du moment angulaire arc-en-ciel :

$$\theta = \theta_r + q^3 \, (\ell - \ell_r)^2 + \ldots \tag{24}$$

où $q^3 = \frac{1}{2} \left. \frac{d^2\theta}{d\ell^2} \right|_{\ell_r}$ est la courbure de la fonction de déflexion en θ_r.

Le problème correspondant en optique a été traité par Airy [20]. Partant de l'expression (22), on obtient :

$$\eta_\ell = \eta_r \pm \frac{1}{2} \theta_r \, (\ell - \ell_r) + \frac{1}{6} q^3 \, (\ell - \ell_r)^3 \, . \tag{25}$$

Pour $\theta_r > 0$, la contribution qui domine dans l'expression (23) provient du second terme contenant le facteur $e^{i\phi_-}$ [17]. En substituant alors (25) dans l'expression (23), nous obtenons :

$$f_{sc}(\theta) \simeq (\ell_r + \tfrac{1}{2})^{1/2} \frac{1}{k \sqrt{2\pi \sin\theta}} e^{i\delta} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[i(\theta_r - \theta) \, (\ell - \ell_r) + i \frac{q^3}{3} (\ell - \ell_r)^3 \right] d\ell \tag{26}$$

où $\delta = 2 \eta_r - (\ell_r + \frac{1}{2}) \, \theta - \frac{\pi}{4}$.

L'intégrale dans l'expression (26) a été étudiée par Airy et porte maintenant son nom. Elle a pour expression :

$$Ai(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(xu + \frac{u^3}{3})} \, du.$$

Introduisant cette notation, l'amplitude de diffusion près de l'angle arc-en-ciel s'écrit :

$$f_r(\theta) = \frac{1}{k}\left\{\frac{2\pi(\ell_r+1/2)}{\sin\theta}\right\}^{1/2} \frac{1}{q}\, e^{i\delta}\, Ai(x)$$

où $x = \frac{1}{q}(\theta_r-\theta)$ pour $\theta(\ell_r) > 0$, ce qui est le cas considéré ici.

La section efficace de diffusion arc-en-ciel vaut alors :

$$\sigma_r(\theta) = \frac{2\pi\ (\ell_r+1/2)}{k^2\ q^2\ \sin\theta}\, Ai^2(x). \qquad (27)$$

Dans la région $\theta < \theta_r$, la fonction d'Airy oscille, tandis que dans le domaine angulaire $\theta > \theta_r$, Ai(x) décroît plus rapidement qu'une exponentielle.

La forme asymptotique de la fonction d'Airy pour les grandes valeurs de x est :

$$Ai(x) \underset{x\to\infty}{\simeq} \frac{1}{2\sqrt{\pi}\ x^{1/4}}\, e^{-\frac{2}{3}x^{3/2}}. \qquad (28)$$

Da Silveira considère qu'à un angle θ donné, les amplitudes provenant des deux branches distinctes de la fonction de déflexion interfèrent. Il écrit alors la section efficace totale comme :

$$\sigma = \sigma_r + \sigma_n - 2\sqrt{\sigma_r\,\sigma_n}\cos(\delta_r - \delta_n)$$

où $\quad \delta_r = 2\,\eta(\ell_r) - \theta\,\ell_r - \pi/4$

et $\quad \delta_n = 2\,\eta(\ell_n) + \theta\,\ell_n + \pi/2.$

Pour les angles $\theta >> \theta_r$, on peut approcher la fonction d'Airy par sa forme asymptotique (28). On obtient alors pour la section efficace totale :

$$\sigma = \frac{\ell_n}{k^2\ \sin\theta\ \frac{d\theta}{d\ell}\Big|_{\ell_n}} + \frac{(\ell_r+1/2)}{2\,k^2\,q^2\,\sin\theta}\sqrt{\frac{q}{\theta_r-\theta}}\exp\left[-\frac{4}{3}\left(\frac{\theta_r-\theta}{q}\right)^{3/2}\right]$$

$$- \frac{2}{q\,k^2\sin\theta}\sqrt{\frac{\ell_n(\ell_r+1/2)}{2\,\frac{d\theta}{d\ell}\Big|_{\ell_n}}}\sqrt{\frac{q}{\theta_r-\theta}}\exp\left[-\frac{2}{3}\left(\frac{\theta_r-\theta}{q}\right)^{3/2}\right]\cos\alpha \qquad (29)$$

où $\quad \alpha = 2\,(\eta(\ell_r) - \eta(\ell_n)) - \theta(\ell_r+\ell_n) - 3\,\pi/4\ .$

La pente de la section efficace arc-en-ciel dans la région angulaire $\theta >> \theta_r$ s'obtient directement par dérivation de la formule (27) dans laquelle la fonction d'Airy est remplacée par sa forme asymptotique (28) :

$$\frac{d}{d\theta}\left\{ \text{Log}\left(\frac{\sigma_r}{\sigma_R}\right)\right\} = 2\ \text{cotg}\frac{\theta}{2} - \text{cotg}\theta - \frac{1}{2}\ (\theta-\theta_r)^{-1} - 2\ q^{-3/2}\ (\theta-\theta_r)^{1/2} \qquad (30)$$

Notons que pour qu'il y ait interférence, les ondes correspondant à la branche négative de la fonction de déflexion ne doivent pas être *complètement* absorbées. Elles sont en pratique partiellement absorbées et on peut tenir compte de cette absorption en introduisant un facteur $|\eta_{\ell_n}|^2$ dans l'expression de la section efficace correspondant à la branche négative :

$$\sigma_n = \frac{\ell_n}{k^2\ \sin\theta\ \left|\frac{d\theta}{d\ell}\right|_{\ell=\ell_n}}\ |\eta_{\ell_n}|^2\ .$$

De même on peut tenir compte de l'éventuelle absorption de certaines ondes diffusées à l'angle arc-en-ciel en introduisant un facteur $|\eta_{\ell_r}|^2$ dans l'expression de la section efficace arc-en-ciel :

$$\sigma_r(\theta) = |\eta_{\ell_r}|^2\ \frac{2\pi(\ell_r+1/2)}{k^2\ q^2\ \sin\theta}\ Ai^2(x)\ .$$

- Analyse des données expérimentales

Pour analyser nos données, il nous faut connaître ℓ_n, ℓ_r, θ_r, q, $\frac{d\theta}{d\ell}$ et la phase relative α entre les sections efficaces σ_n et σ_r. ℓ_n, ℓ_r et θ_r sont faciles à relever sur la fonction de déflexion. q peut être relevé sur la fonction de déflexion, et controlé par la pente de la distribution angulaire. N. Alamanos [2] a montré qu'il est nécessaire de traiter $p = |\eta_{\ell_n}|^2/\frac{d\theta}{d\ell}$ comme un paramètre. La phase relative α est paramétrisée sous la forme :

$$\alpha = -\theta(\ell_r+\ell_n) + \phi \qquad (31)$$

où ϕ est un paramètre ajustable que nous avons déterminé sur un maximum de la distribution angulaire expérimentale.

Nous présentons en premier lieu l'analyse des données de ^{40}Ca, puis celle de ^{48}Ca. Nous achèverons ce paragraphe en discutant les conclusions apportées par l'étude des diffusions de ^{12}C sur les noyaux ^{40}Ca et ^{48}Ca par cette méthode.

i) Analyse du système $^{12}C + ^{40}Ca$

Nous avons calculé la fonction de déflexion à partir de la partie réelle du potentiel 6. Nous présentons le résultat obtenu sur la Figure 38 sur laquelle nous avons également tracé le coefficient de réflexion issu du modèle optique.

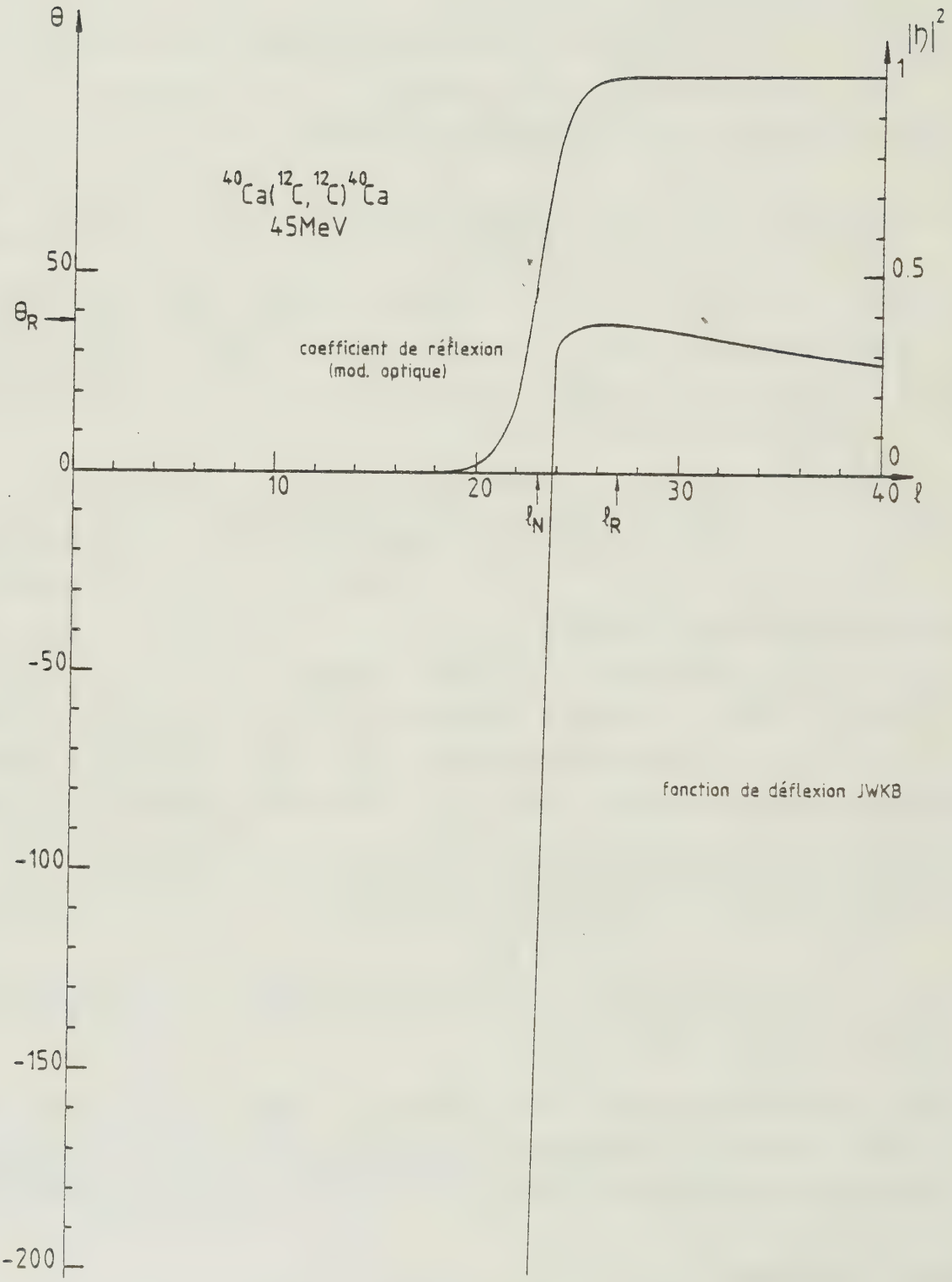

θ
$|\eta|^2$
1
0.5
0
$^{40}Ca(^{12}C, ^{12}C)^{40}Ca$
45MeV
50
θ_R
0
10
20
30
40
ℓ
ℓ_N
ℓ_R
-50
-100
-150
-200
coefficient de réflexion
(mod. optique)
fonction de déflexion JWKB

Figure 38

Nous constatons que les ondes correspondant à la branche négative de la fonction de déflexion sont partiellement absorbées, mais subsistent suffisamment pour pouvoir interférer. Par contre nous pouvons constater qu'à l'angle arc-en-ciel, les ondes sont entièrement transmises et que donc $|\eta_{\ell_r}|^2 = 1$. Il n'y a pas d'absorption pour les trajectoires déviées à l'angle arc-en-ciel. Nous avons relevé sur cette figure les valeurs ℓ_r et θ_r correspondant au moment angulaire et à l'angle arc-en-ciel, ainsi que le moment angulaire ℓ_n de mise en orbite. Nous avons également relevé la valeur $|\eta_{\ell_n}|^2$ du coefficient de réflexion. En ce qui concerne la courbure q, nous avons paramétrisé la fonction de déflexion au voisinage de l'angle arc-en-ciel par une parabole :

$$\theta = \theta_r - q^3 (\ell-\ell_r)^2.$$

La paramétrisation de la fonction de déflexion par cette expression pour deux valeurs de q est présentée sur la Figure 39.

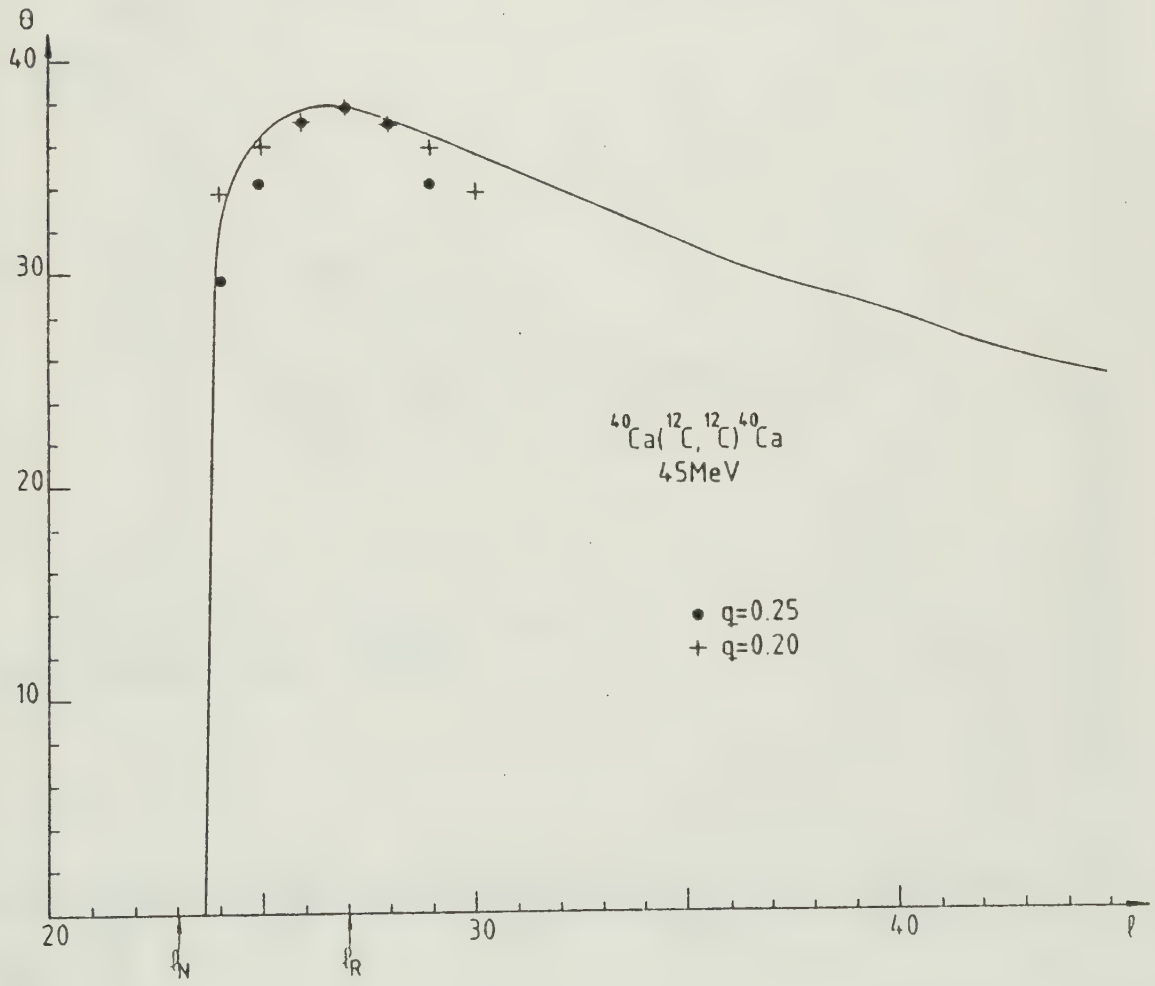


Figure 39 - Paramétrisation de la fonction de déflexion JWKB par une parabole au voisinage de ℓ_r pour deux valeurs de q.

Nous constatons sur cette figure qu'il est difficile de choisir parmi ces deux valeurs de q, encore que la valeur q = 0,20 semble représenter une meilleure paramétrisation de la fonction de déflexion que la valeur q = 0,25. Cependant la valeur q = 0,20 ne reproduit pas correctement la pente de la section efficace expérimentale. Si nous extrayons la valeur de la courbure q à partir de celle-ci à l'aide de la formule (30), nous obtenons la valeur q = 0,25. Nous avons retenu cette dernière valeur pour calculer la section efficace (29).

L'ajustement du paramètre p au maximum des oscillations expérimentales nous conduit à la valeur p = 80 (Figure 40).

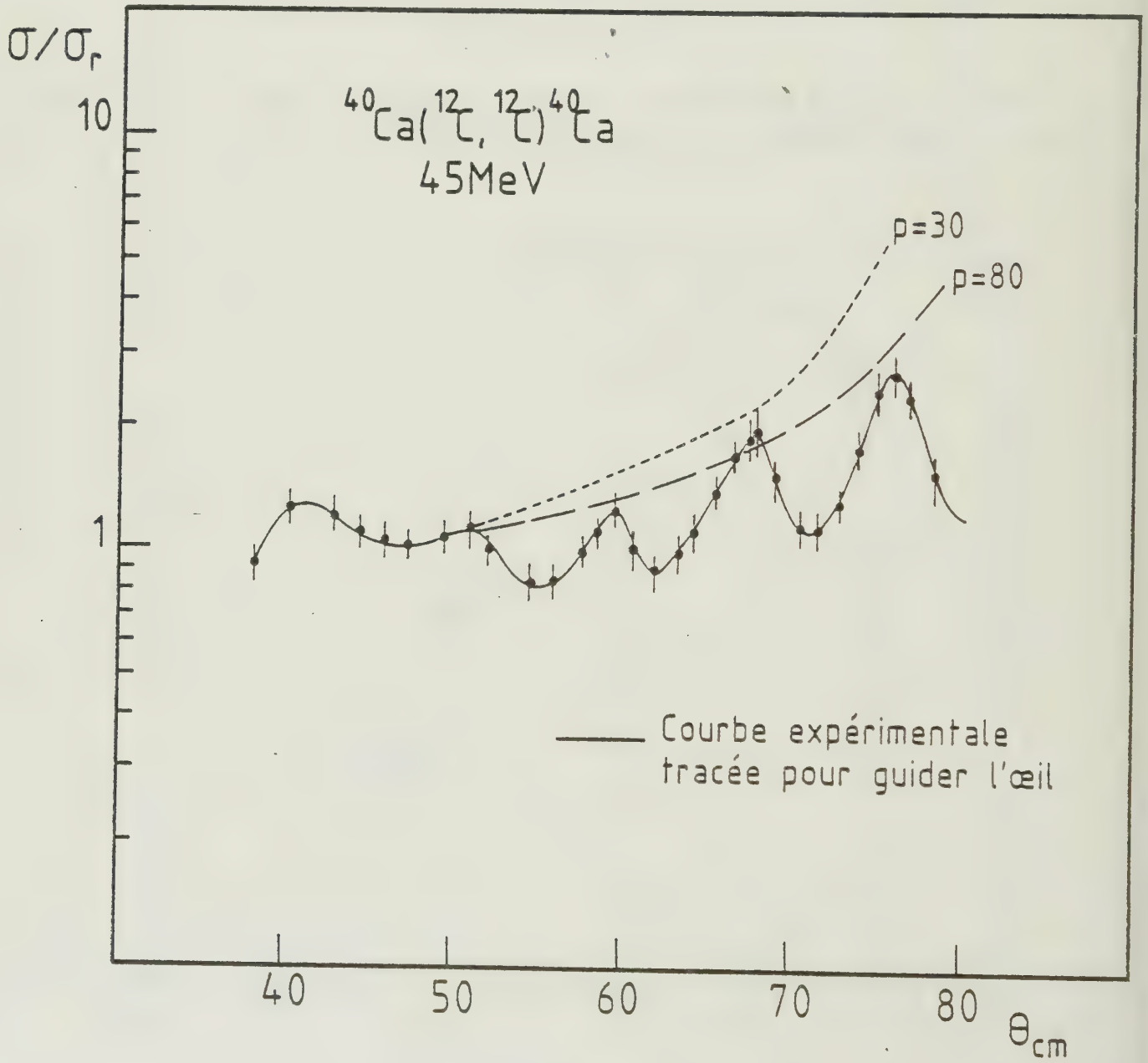


Figure 40 - Détermination du paramètre p au maximum des oscillations (cos α=1).

Les valeurs nécessaires au calcul de la section efficace sont récapitulées dans le tableau V.

Tableau V

	θ_r	ℓ_r	ℓ_n	q	ϕ	p	$\lvert\eta_{\ell_n}\rvert^2$
$^{12}C + {}^{40}Ca$	37,8°	27	23	0,25	120°	80	0,52
$^{12}C + {}^{48}Ca$	35,9°	29	25	0,25	18°	300	0,48

La Figure 41 montre le résultat de ce calcul semi-classique et les données expérimentales pour la diffusion de ^{12}C sur ^{40}Ca.

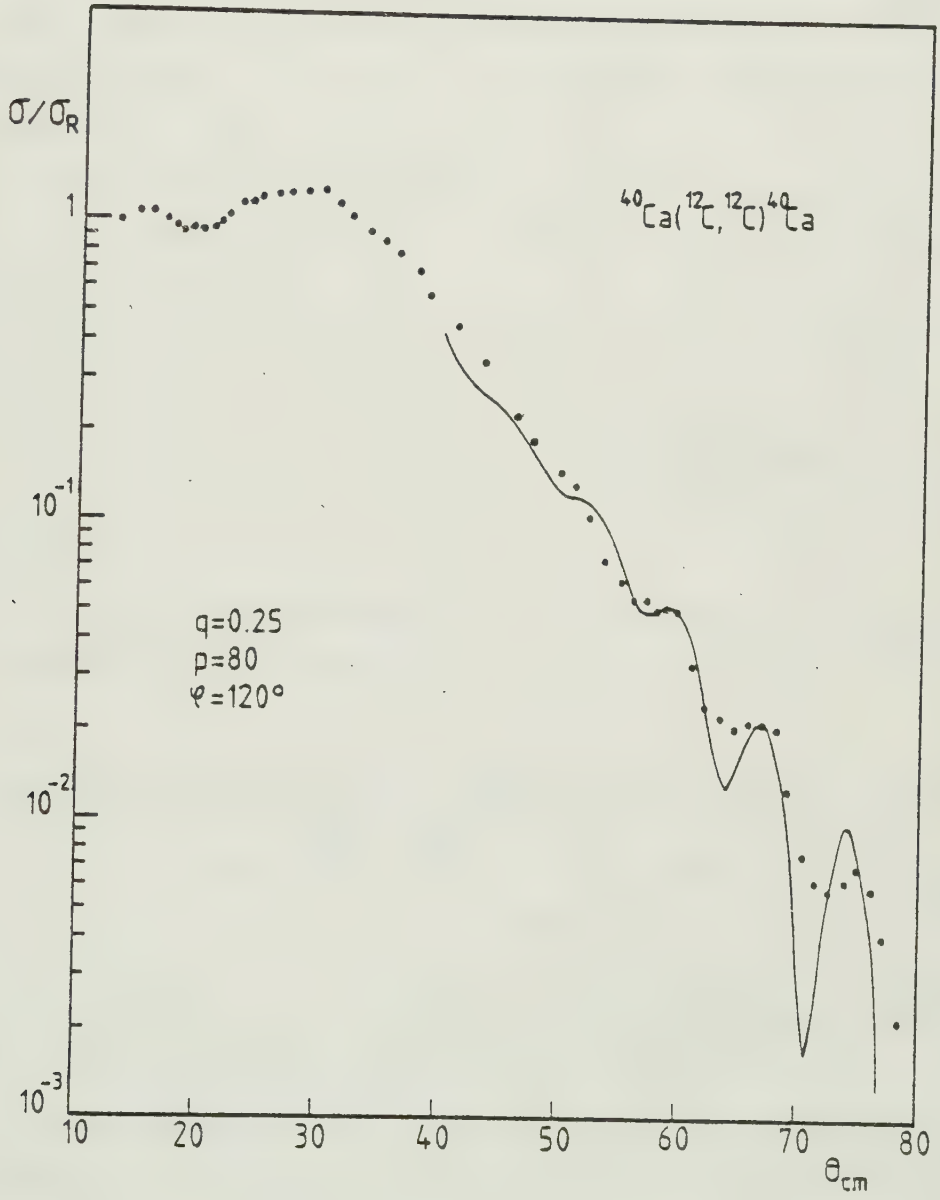


Figure 41 - Calcul semi-classique de Da Silveira et données expérimentales.

L'écart angulaire entre deux oscillations calculées est constant et vaut, d'après (31) :

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{\ell_r + \ell_n}$$

alors que l'écart angulaire entre deux oscillations expérimentales varie tout en étant très proche de la valeur calculée dans le domaine angulaire mesuré.

Nous avons calculé aussi la fonction de déflexion pour le système $^{12}C + ^{40}Ca$ en utilisant la partie réelle du potentiel 5. Cette fonction de déflexion se confond pratiquement avec celle calculée à partir du potentiel 6. Par contre les coefficients de réflexion sont légèrement différents, notamment autour du moment angulaire arc-en-ciel (Figure 42).

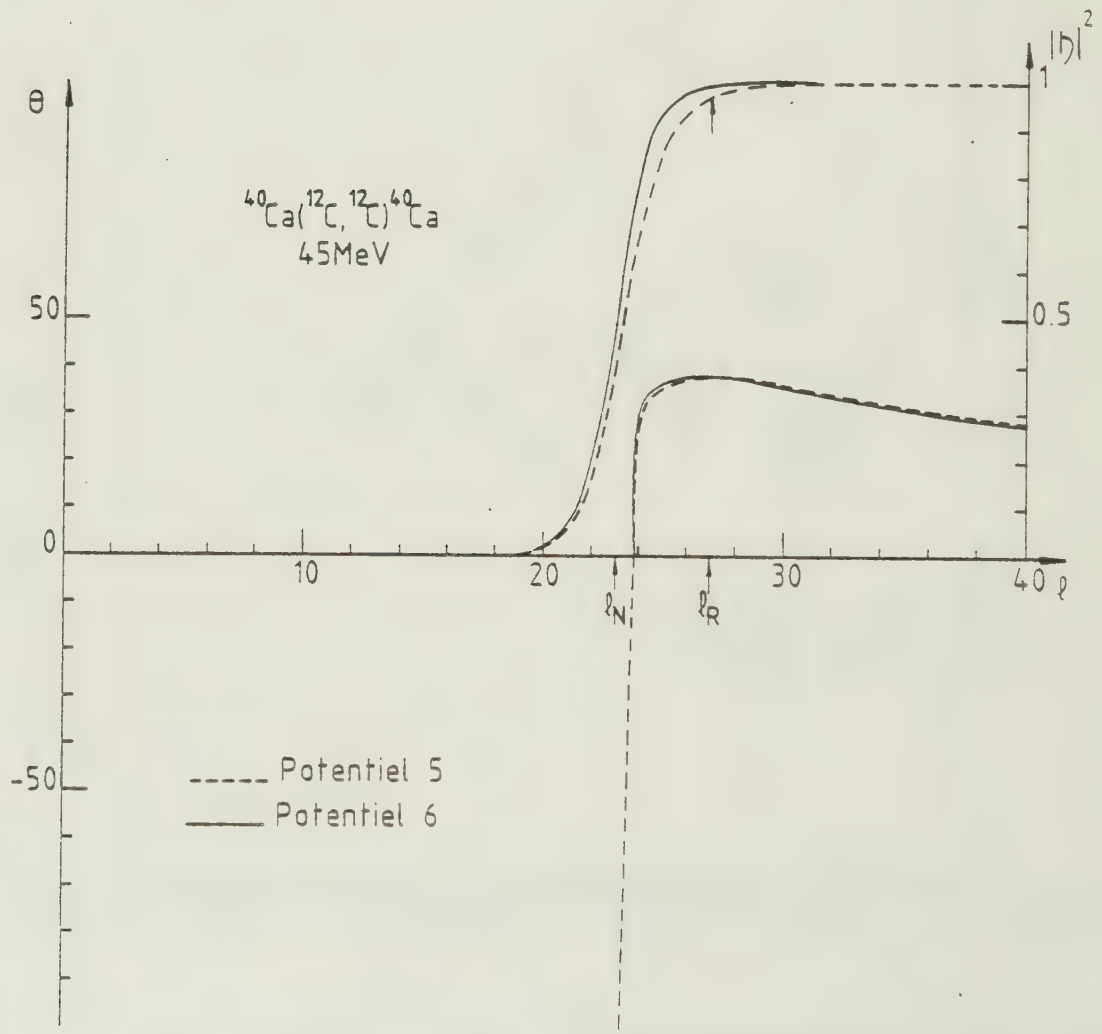


Figure 42 - $^{40}Ca(^{12}C,^{12}C)^{40}Ca$ - 45 MeV. Fonctions de déflexion JWKB et coefficients de réflexion issus du modèle optique pour les potentiels 5 et 6.

En effet, autour de ℓ_r, l'absorption est encore légèrement présente pour le potentiel 5, tandis qu'elle est nulle pour le potentiel 6. Or, tout comme pour les angles supérieurs à θ_r, on considère que la section efficace observée provient de l'interférence entre deux trajectoires, le comportement oscillatoire de la section efficace aux angles inférieurs à θ_r provient de l'interférence des ondes de moments angulaires ℓ_1 et ℓ_2 (Fig. 37), trajectoire coulombienne et trajectoire ayant ressenti l'attraction nucléaire. Ainsi on comprend dans ce modèle que la section efficace prévue par le potentiel 5 soit plus faible aux angles inférieurs à θ_r, que celle prévue par le potentiel 6, puisque les ondes voisines de ℓ_2 sont plus absorbées dans le cas du potentiel 5.

ii) Analyse du système $^{12}C + ^{48}Ca$

Le même calcul a été effectué pour le système $^{12}C + ^{48}Ca$. La Figure 43 présente la fonction de déflexion obtenue à partir de la partie réelle du potentiel 7, ainsi que le coefficient de réflexion issu du modèle optique.

La détermination de la courbure q à partir de la pente de la section efficace expérimentale (30) conduit à la valeur q = 0,25. L'ajustement de la valeur ϕ sur un maximum de la distribution angulaire est obtenu pour $\phi = 18°$. La détermination du paramètre p a été effectuée de la même façon que précédemment et les valeurs obtenues pour le calcul de la section efficace sont récapitulées dans le tableau V.

Le résultat du calcul semi-classique et la distribution angulaire expérimentale sont montrés sur la Figure 44.

- Conclusion

Les distributions angulaires expérimentales de la diffusion du ^{12}C sur ^{40}Ca et ^{48}Ca ont les mêmes pentes. Or la valeur q extraite de cette analyse pour ces deux systèmes est la même. q représente la courbure de la fonction de déflexion et ne dépend que de la partie *réelle* du potentiel optique. Ainsi ici, la pente de la section efficace est entièrement déterminée par la partie *réelle* du potentiel et ne dépend donc pas de l'absorption.

Les données expérimentales de ^{48}Ca sont reproduites en utilisant une valeur de p beaucoup plus grande que pour ^{40}Ca, ce qui atténue la section efficace de la branche négative et donc les oscillations résultant de l'interférence entre les parties arc-en-ciel et négative de la fonction de déflexion.

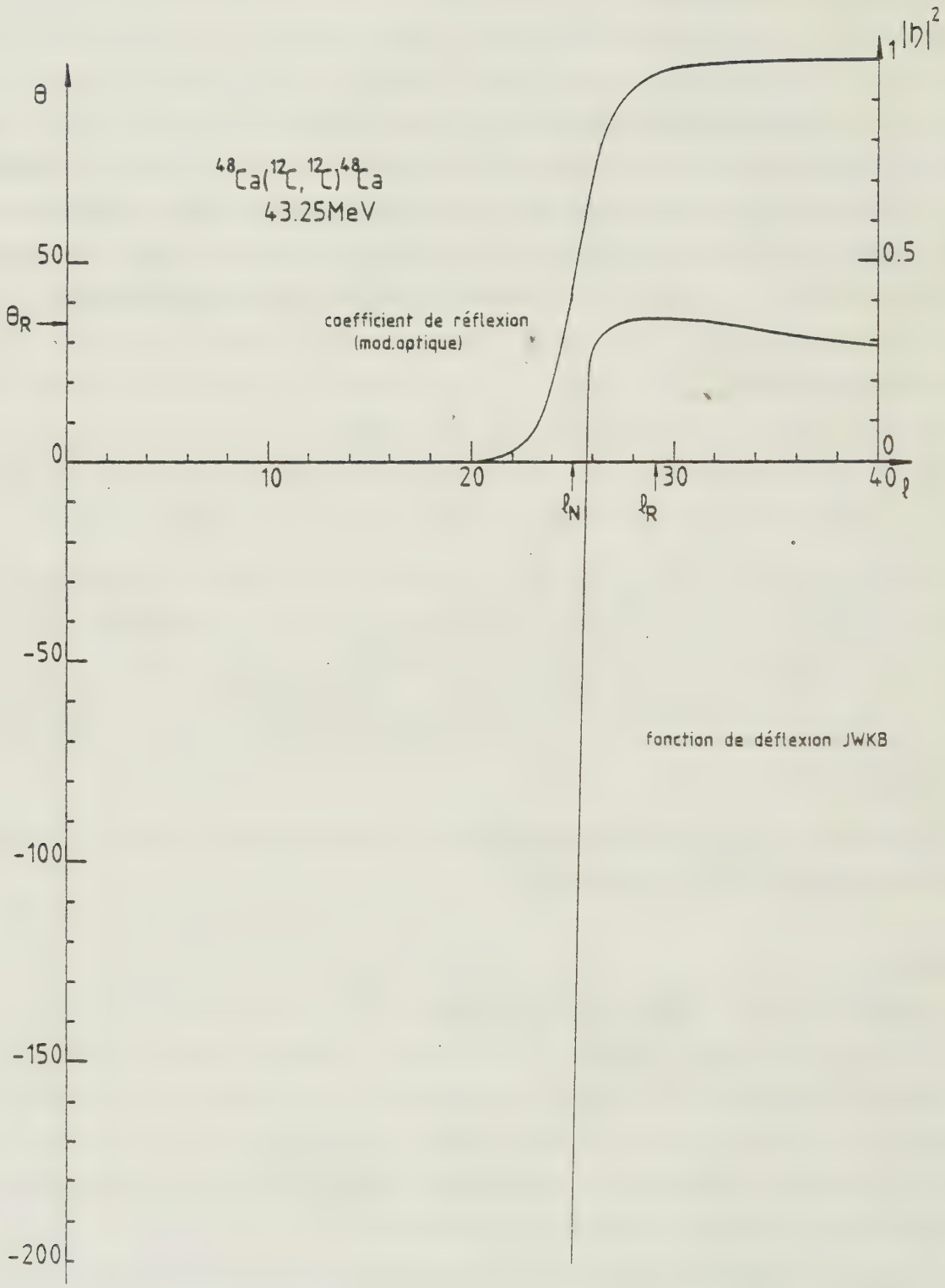

θ
$^{48}Ca(^{12}C, ^{12}C)^{48}Ca$
43.25MeV
50
θ_R
0
10
20
30
40
ℓ
ℓ_N
ℓ_R
-50
-100
-150
-200
coefficient de réflexion
(mod.optique)
$|b|^2$
1
0.5
0
fonction de déflexion JWKB

Figure 43

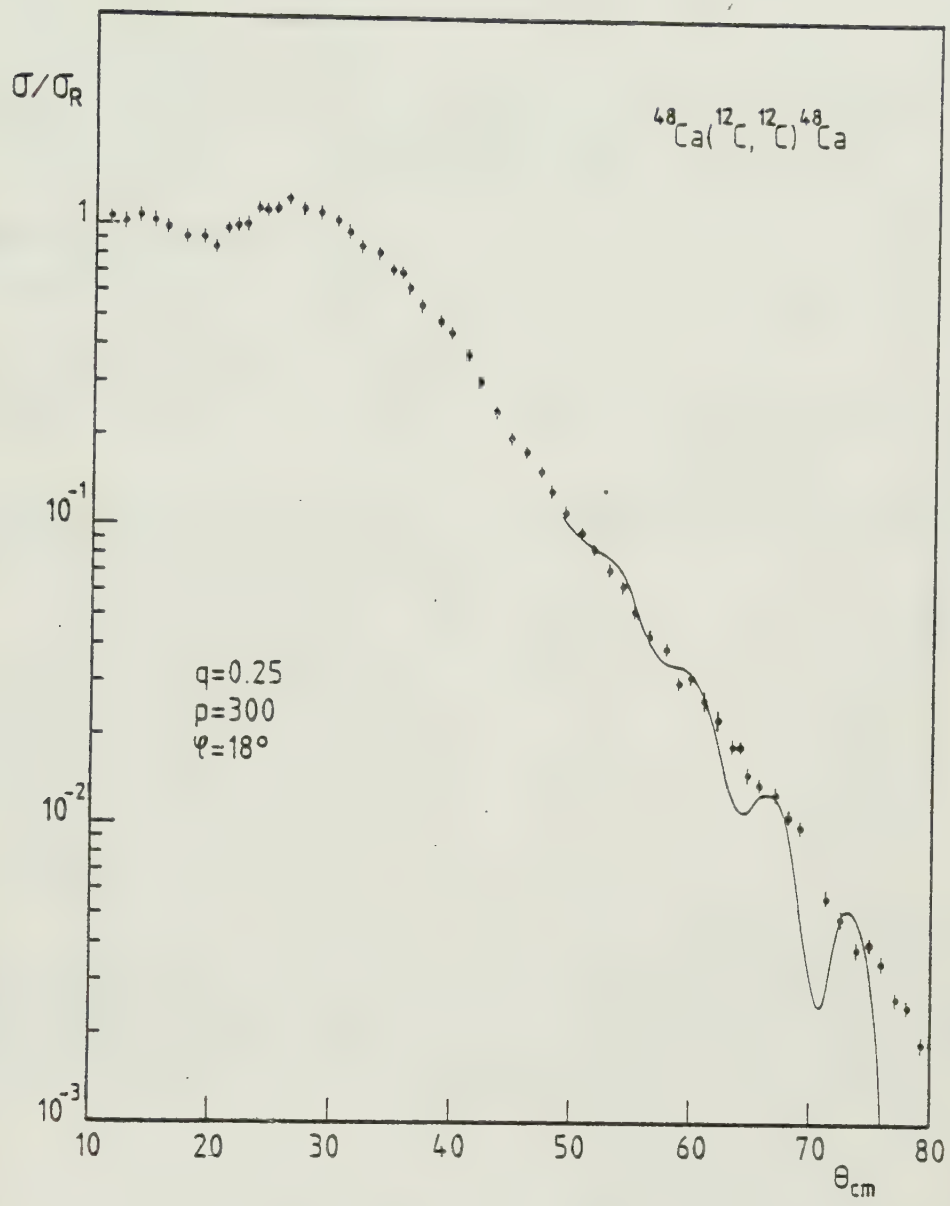


Figure 44 - Calcul semi-classique de Da Silveira et données expérimentales.

Il est difficile de savoir lequel des deux effets entre l'absorption ($|n_{\ell_n}|^2$) et la pente de $\theta(\ell)$ ($d\theta/d\ell$) est responsable de la différence des p calculés. Les pentes des fonctions de déflexion pour les deux systèmes semblent être les mêmes et la différence provient peut-être du fait que l'absorption se fait sentir sur un domaine plus étendu pour le ^{48}Ca, comme on l'a vu dans le Chapitre III (Figure 27). En tout état de cause la différence provient de la contribution de la branche négative de la fonction de déflexion, et nous allons examiner cette contribution interne en détail par la méthode de Brink et Takigawa.

3. METHODE DE BRINK ET TAKIGAWA

a) Diffusion élastique

Brink et Takigawa considèrent un potentiel effectif $V_{eff}(r) = V_n(r) + V_c(r) + V_\ell(r)$ (où $V_n(r)$ est le potentiel nucléaire, $V_c(r)$ le potentiel coulombien et $V_\ell(r)$ le potentiel centrifuge) qui présente une poche (Fig. 45) :

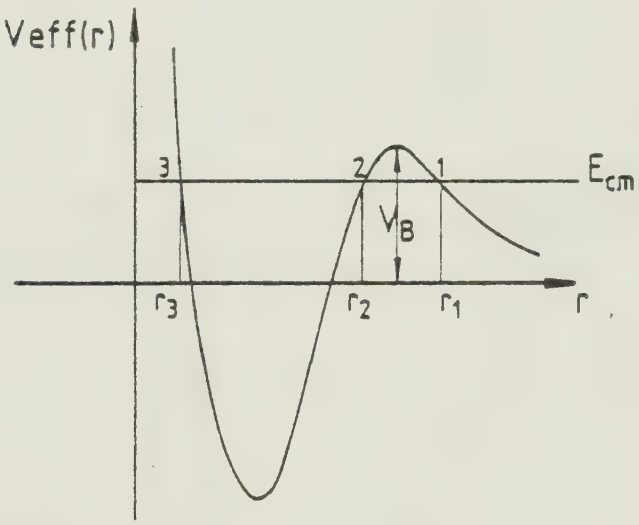


Fig. 45

Pour une énergie E_{CM} donnée dans le système du centre de masse, les zéros de l'expression $E_{CM}-V_{eff}(r)$ correspondent aux points tournants classiques.

La diffusion d'une onde par un potentiel de cette forme peut être visualisée comme suit :

- l'onde incidente peut être partiellement réfléchie par la barrière de potentiel au point r_1. Le déphasage qu'elle subit est alors égal à deux fois (aller-retour) le déphasage JWBK calculé entre le point r_1 et l'infini, soit $2\delta_1$;

- l'onde peut traverser la barrière (effet tunnel) puis être réfléchie par le point tournant r_3 et réémerger à nouveau à travers la barrière. Le déphasage subi par l'onde entre deux points tournants r_i et r_j est égal à l'action classique S_{ij} où :

$$S_{ij} = \int_{r_i}^{r_j} \left[\frac{2\mu}{\hbar^2}(E_{CM} - V_{eff})\right]^{1/2} dr \qquad (32)$$

L'onde qui a traversé la barrière et a été réfléchie par le point tournant r_3 est appelée onde interne. Elle a subi le long de son trajet total un déphasage égal à $2(S_{21} + S_{32})$.

Brink et Takigawa ont étendu la solution de la diffusion d'une onde par trois points tournants classiques, au cas où le potentiel est complexe. Ils ont également tenu compte de l'effet tunnel présent à la barrière. Ils décomposent la matrice de diffusion totale en deux matrices notées η_I et η_B, correspondant aux ondes internes et aux ondes réfléchies par la barrière [21] :

$$\eta = \eta_I + \eta_B \qquad (33)$$

où
$$\eta_I = \frac{e^{2i\delta_1}}{N(i\varepsilon)}\, e^{2iS_{21}}\, \frac{e^{2iS_{32}}}{N(i\varepsilon)}\, h(\ell,E) \qquad (34)$$

et
$$\eta_B = \frac{e^{2i\delta_1}}{N(i\varepsilon)} \qquad (35)$$

$N(i\varepsilon)$ représente le facteur de pénétration de la barrière et vaut :

$$N(i\varepsilon) = \frac{\sqrt{2\pi}}{\Gamma(1/2 + i\varepsilon)}\, e^{-\frac{\pi\varepsilon}{2} + i\varepsilon \operatorname{Log}\frac{\varepsilon}{\ell}} \qquad (36)$$

où $\varepsilon = -\frac{1}{\pi} S_{ij}$

$h(\ell,E)$ tient compte des éventuelles réflexions multiples de l'onde à l'intérieur de la poche du potentiel et s'écrit :

$$h(\ell,E) = \left[1 + \frac{e^{2iS_{32}}}{N(i\varepsilon)}\right]^{-1}$$

En portant la décomposition (33) dans l'expression de l'amplitude de diffusion totale

$$f(\theta) = f_c(\theta) - \frac{1}{2ik} \sum_{\ell} (2\ell+1)\, e^{2i\sigma_\ell}\, (1-\eta_\ell)\, P_\ell(\cos\theta)$$

on peut scinder celle-ci en deux amplitudes, correspondant aux ondes internes et aux ondes diffusées à la barrière :

$$f(\theta) = f_I(\theta) + f_B(\theta)$$

avec
$$f_I(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell} (2\ell+1)\, e^{2i\sigma_\ell}\, \eta_I(\ell)\, P_\ell(\cos\theta) \qquad (37)$$

et
$$f_B(\theta) = f_c(\theta) + \frac{1}{2ik} \sum_{\ell} (2\ell+1)\, e^{2i\sigma_\ell}\, (\eta_B(\ell) - 1)\, P_\ell(\cos\theta). \qquad (38)$$

Vanderpoorten [22] a écrit un code qui effectue la décomposition (33) en matrices η_I et η_B et permet de calculer les amplitudes de diffusion correspondantes $f_I(\theta)$ et $f_B(\theta)$ et les sections efficaces $\sigma_I(\theta) = |f_I(\theta)|^2$ et $\sigma_B(\theta) = |f_B(\theta)|^2$. Ce code nous donne également la section efficace totale semi-classique σ et la comparaison avec le calcul de la section efficace par le modèle optique nous permet de constater si la décomposition a été correctement effectuée.

i) Analyse du système $^{12}C + ^{40}Ca$

Nous avons effectué la décomposition (33) à l'aide du code de Vanderpoorten pour le potentiel 6. Les matrices η_I, η_B et η obtenues sont présentées sur la Figure 46. Nous constatons que la matrice η_I est maximale autour de $\ell = 21\ \hbar$, proche du moment angulaire d'effleurement (tableau VI). La valeur de η_I pour $\ell = 23\hbar$ tombe à 60 % de η_I^{max}.

Notons que dans notre cas, $h(\ell,E) = 1$, ce qui a également été constaté pour les diffusions de ^{16}O sur les noyaux ^{28}Si et ^{40}Ca. Il n'y a pas de réflexions multiples à l'intérieur de la poche de potentiel.

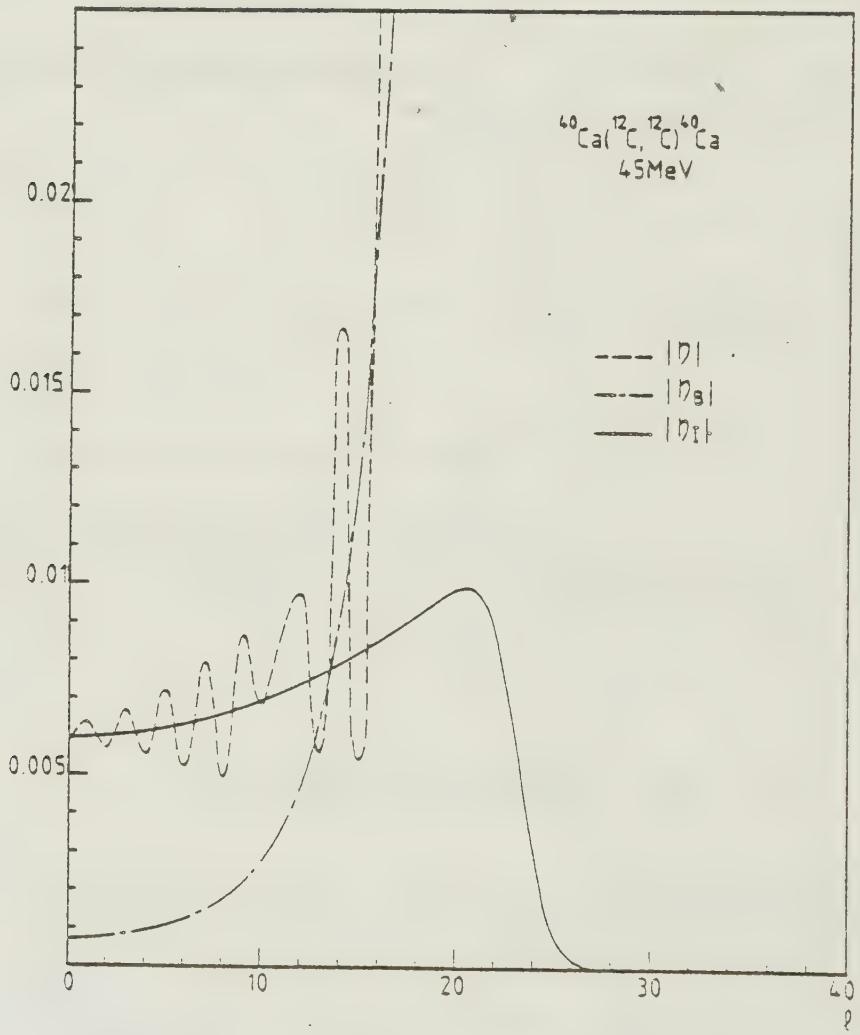


Figure 46 - Matrices de diffusion semi-classique $|\eta|$, à la barrière $|\eta_B|$ et correspondant aux ondes internes $|\eta_I|$.

Tableau VI

	ℓ_r	ℓ_n	$\ell(\eta=1/2)$	$\ell(\eta_I^{max})$	$\ell\left(\frac{\eta_I^{max}}{2}\right)$
$^{12}C + {}^{40}Ca$	27	23	23	20,5	23,5
$^{12}C + {}^{48}Ca$	29	25	25	20	24

Les oscillations apparaissant sur la matrice semi-classique totale proviennent de l'interférence entre les matrices η_I et η_B [21].

Nous nous sommes particulièrement interessés à la matrice η_I et nous avons étudié l'influence des faibles moments angulaires sur la section efficace $\sigma_I(\theta)$. Pour effectuer cette étude nous avons multiplié la matrice η_I exacte issue du code de Vanderpoorten par une expression de la forme de Erickson

$$g(\ell) = \frac{1}{1 + e^{\frac{\ell_c - \ell}{\Delta}}}$$

où ℓ_c indique le moment angulaire de coupure. Pour les moments angulaires inférieurs à ℓ_c la matrice η_I est pratiquement nulle. Notons que cette paramétrisation ne modifie pas la fonction de déflexion puisqu'elle n'affecte pas la phase. En effet, écrivons η_I sous la forme

$$\eta_I = \sqrt{A^2 + B^2}\, e^{2i\delta_I} \quad \text{où } 2\delta_I = \text{Arc tg } \frac{B}{A} .$$

La matrice paramétrisée aura la forme

$$\eta_I^C = (A + i\,B)\, g(\ell)$$
$$= \sqrt{A^2 + B^2}\, |g(\ell)|\, e^{2i\delta_I^C}$$

où $\delta_I^C = \text{Arc tg } \frac{B\, g(\ell)}{A\, g(\ell)} = 2\delta_I$

Ainsi $\theta_I(\ell) = 2\,\frac{d\delta_I}{d\ell}$ n'est pas affecté par la paramétrisation.

Dans toute cette étude Δ a été fixé à 1,2. Nous avons effectué une première analyse avec $\ell_c = 8\hbar$. Les résultats sont présentés sur la Figure 47. Nous constatons sur cette figure que les moments angulaires inférieurs à $8\hbar$ ne contribuent pas à la section efficace à l'arrière mais que la section efficace aux angles avant est légèrement modifiée par cette coupure.

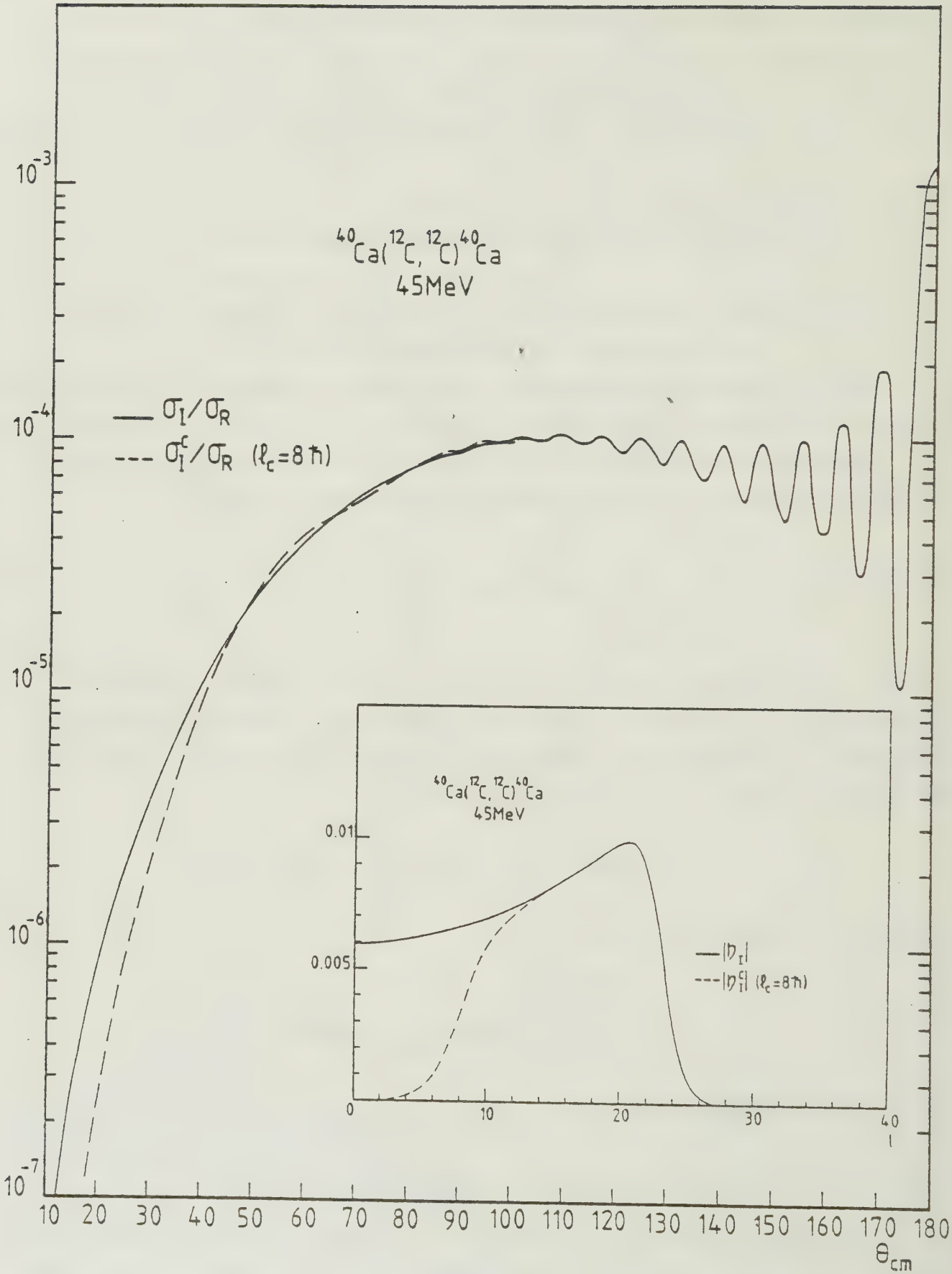


Figure 47 - Matrices exacte (η_I) et paramétrisée (η_I^c) et sections efficaces $\sigma_I(\theta)$ correspondantes ($\ell_c = 8\hbar$).

En augmentant ℓ_c, nous pouvons tester pour quel moment angulaire la section efficace $\sigma_I(\theta)$ à l'arrière commence à être affectée. En poursuivant cette étude, nous avons abouti à la conclusion suivante : les moments angulaires inférieurs à 20$\hbar$ ne contribuent pas à la section efficace aux angles arrière, alors que celle-ci est grandement modifiée aux angles avant par cette coupure (Figure 48).

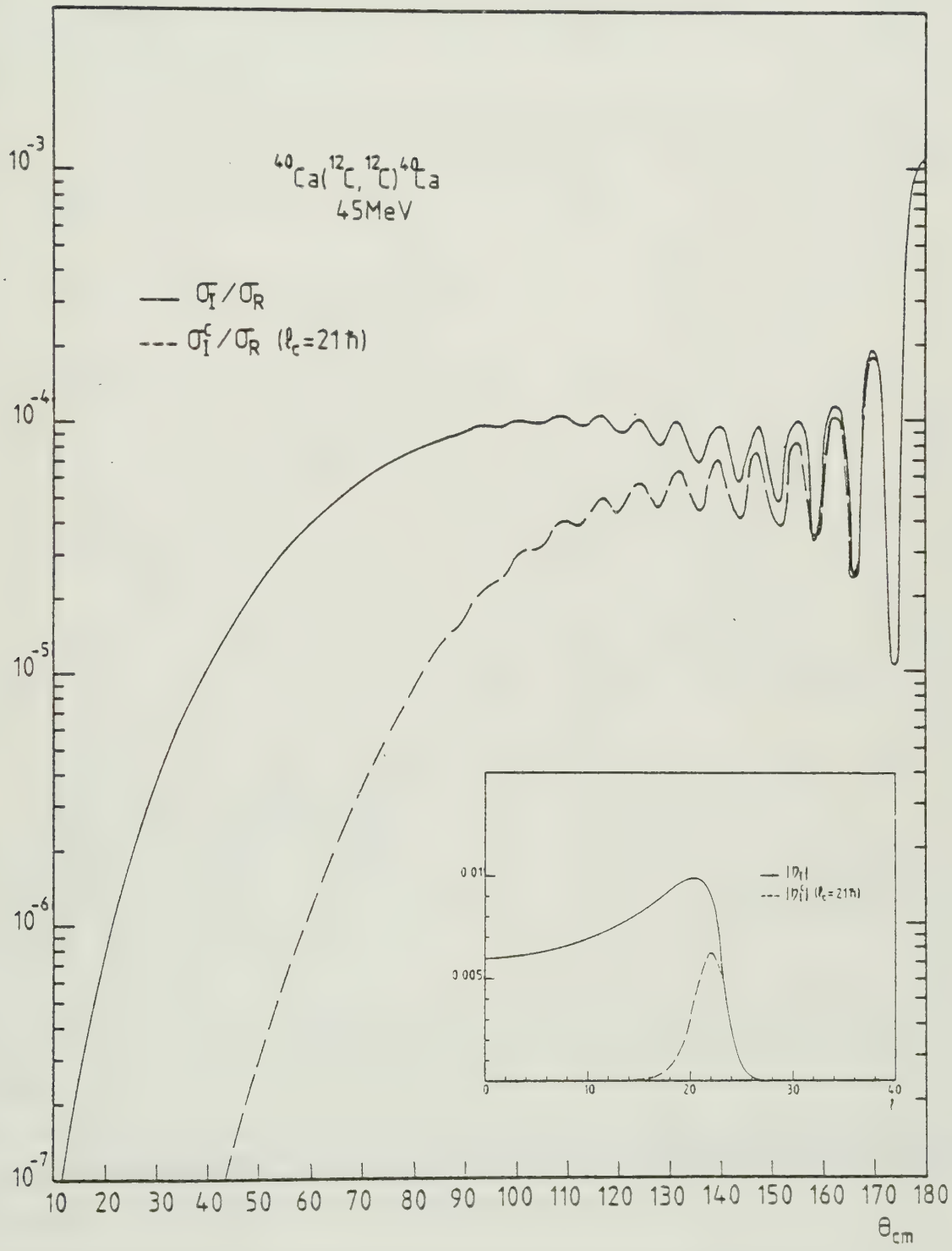


Figure 48 - Identique à figure 47 pour ℓ_c=21$\hbar$.

Ainsi on peut dire que lorsque des structures sont observées dans les distributions angulaires à l'arrière, celles-ci proviennent des effets de *surface* puisque les moments angulaires qui contribuent dans ce domaine sont voisins du moment angulaire d'effleurement.

La Figure 49 montre les sections efficaces $\sigma_I(\theta)$, $\sigma_B(\theta)$ et $\sigma(\theta)$. Aux angles avant, la section efficace est dominée par la section efficace $\sigma_B(\theta)$, alors qu'à l'arrière la contribution provenant de la partie "interne" est aussi importante que celle provenant des ondes réfléchies à la barrière. Dans leur analyse du système $^{40}Ca(\alpha,\alpha)^{40}Ca$ à 29,0 MeV, Brink et Takigawa [21] ont observé au contraire que la section efficace totale à l'arrière est nettement dominée par la partie correspondant aux ondes internes (ALAS).

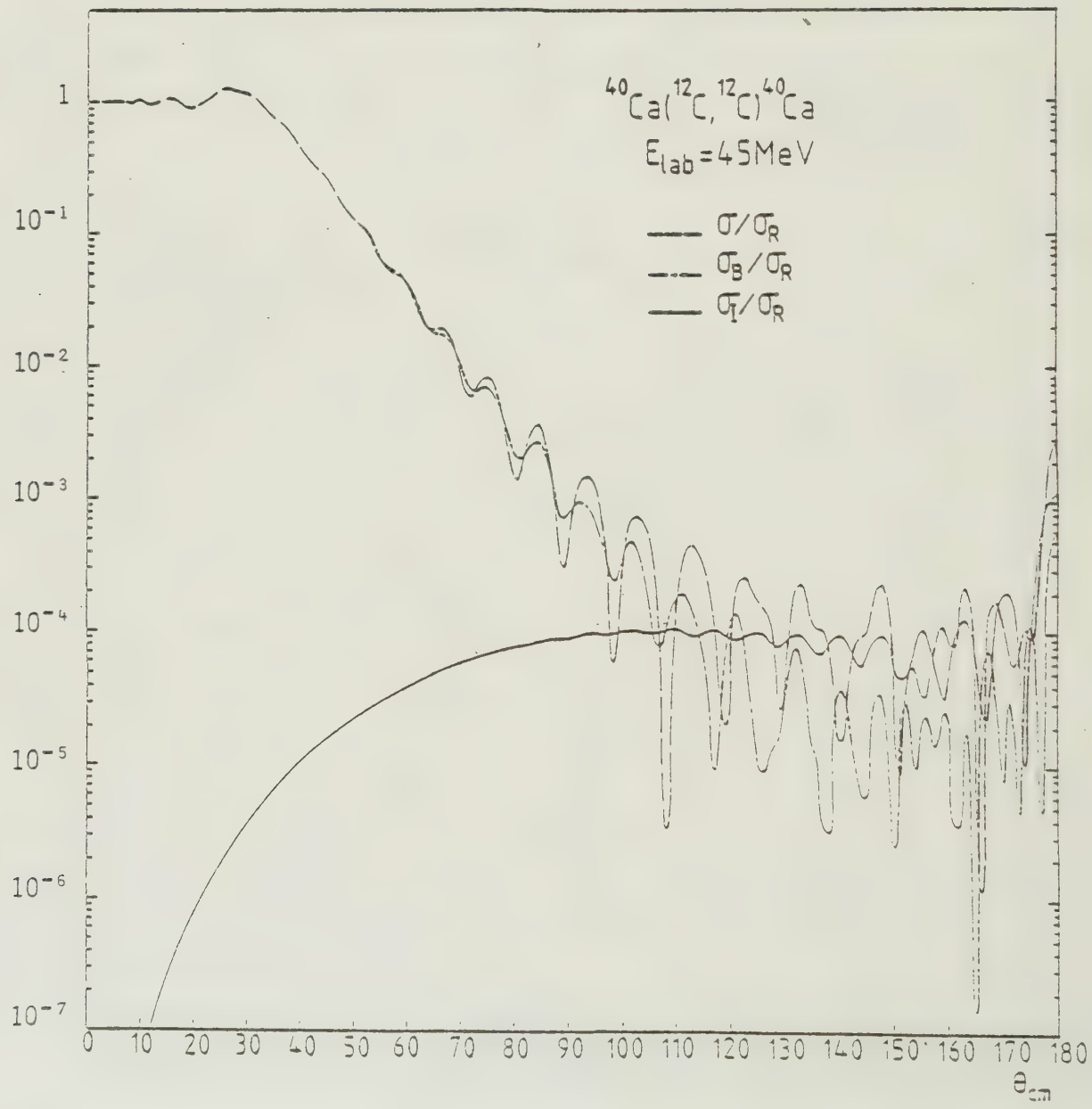


Figure 49 - Décomposition de la section efficace semi-classique en sections efficaces $\sigma_B(\theta)$ et $\sigma_I(\theta)$.

ii) Analyse du système $^{12}C + ^{48}Ca$

La même analyse a été effectuée pour ce système avec le potentiel 7. Les résultats obtenus sont présentés sur la Figure 50. La Figure 51 montre le résultat de la coupure faite sur la matrice η_I avec le même ℓ_c (21$\hbar$) que pour ^{40}Ca. Nous constatons sur cette figure, qu'à l'arrière, la section efficace $\sigma_I(\theta)$ n'est pas profondément modifiée par cette coupure. La modification commence à être importante pour ℓ_c=23$\hbar$, ce qui correspond bien à la différence de 2$\hbar$ existant entre les moments angulaires d'effleurement pour les deux systèmes (Tableau VI).

Pour ^{48}Ca également, les effets de *surface* sont responsables des éventuelles structures que l'on pourrait observer sur les distributions angulaires à l'arrière.

Notons que pour le moment angulaire d'effleurement, η_I tombe à 17,5 % de η_I^{max}. Pour ce système également, $h(\ell,E) = 1$.

iii) Comparaison entre les deux systèmes

Si nous traçons sur la même figure les deux sections efficaces $\sigma_B(\theta)$ de chacun des systèmes, nous constatons que ces sections efficaces ne diffèrent pas en valeur absolue (Figure 52). Dans la région des angles intermédiaires, la section efficace $\sigma_B(\theta)$ calculée pour ^{40}Ca oscille beaucoup plus que pour ^{48}Ca. Or la contribution principale à la section efficace totale dans ce domaine angulaire provient précisément de la partie correspondant aux ondes réfléchies par la barrière. Celle-ci est donc responsable de la différence des amplitudes des oscillations entre les deux isotopes.

Le fait que la section efficace $\sigma_B(\theta)$ oscille pour ^{40}Ca s'explique par le fait que l'amplitude $f_B(\theta)$ peut se décomposer en une amplitude arc-en-ciel et une amplitude correspondant à la branche négative de la fonction de déflexion [2, p.54], l'interférence entre ces deux amplitudes donnant naissance aux oscillations observées.

Comparons à présent les contributions internes pour les deux systèmes (Figure 53). La matrice η_I (et de là, la section efficace σ_I) de ^{48}Ca est beaucoup plus faible que celle de ^{40}Ca. Son extension dans l'espace des moments angulaires est la même que pour l'isotope léger, mais sa valeur pour le moment angulaire d'effleurement confirme le fait que l'absorption en surface est beaucoup plus importante pour ce système.

Dans ce modèle, les deux contributions, interne et barrière, sont responsables de la différence observée entre les distributions angulaires des deux isotopes.

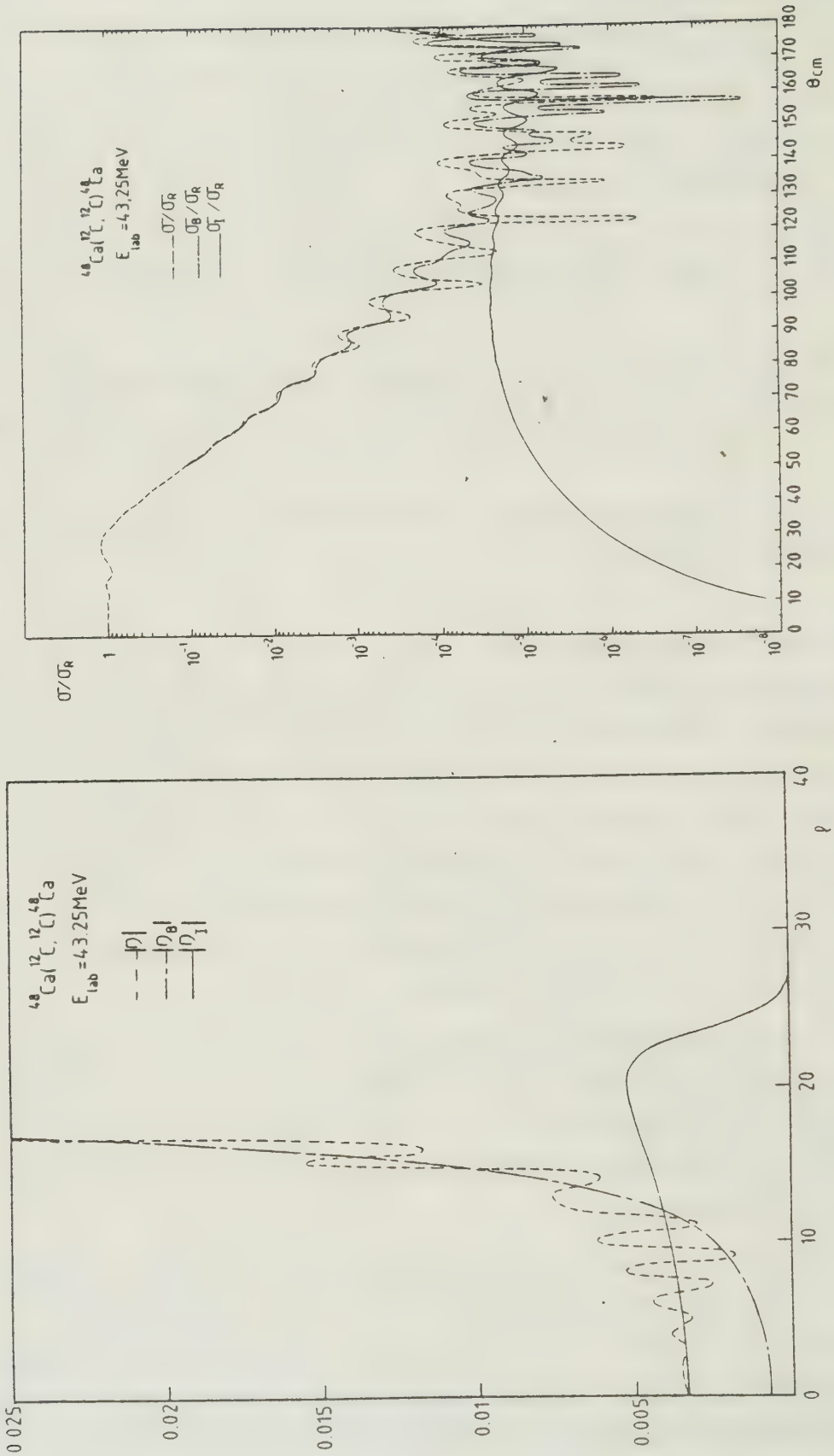


Figure 50 - Partie gauche : matrices de diffusion semi-classique $|\eta|$, barrière $|\eta_B|$ et interne $|\eta_I|$. Partie droite : sections efficaces correspondantes.

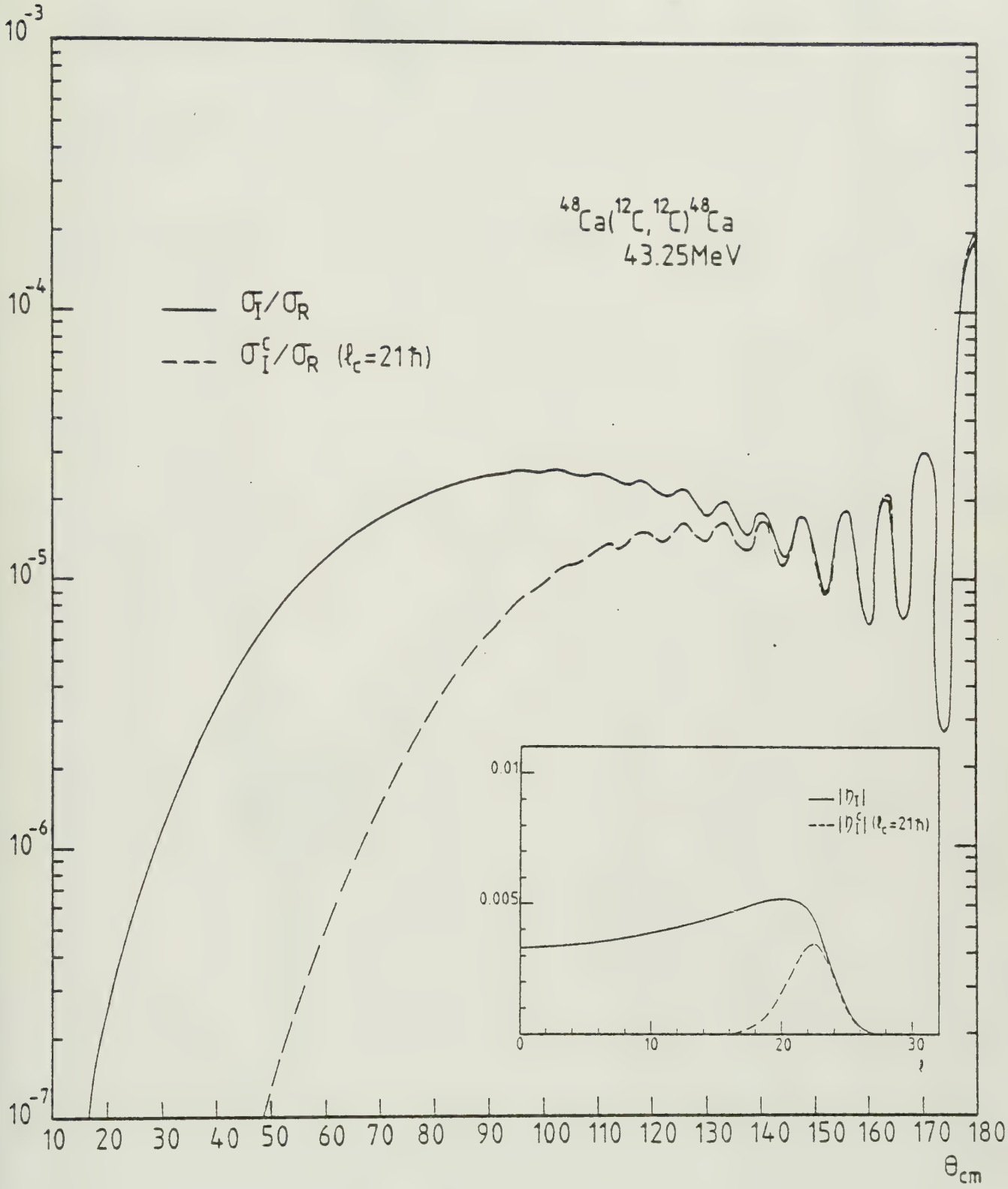


Figure 51 - Matrices exacte (η_I) et paramétrisée (η_I^c) et sections efficaces $\sigma_I(\theta)$ correspondantes (ℓ_c = 21ħ).

Figure 52 - Sections efficaces $\sigma_B(\theta)$ pour les deux systèmes $^{12}C + ^{40}Ca$ et $^{12}C + ^{48}Ca$.

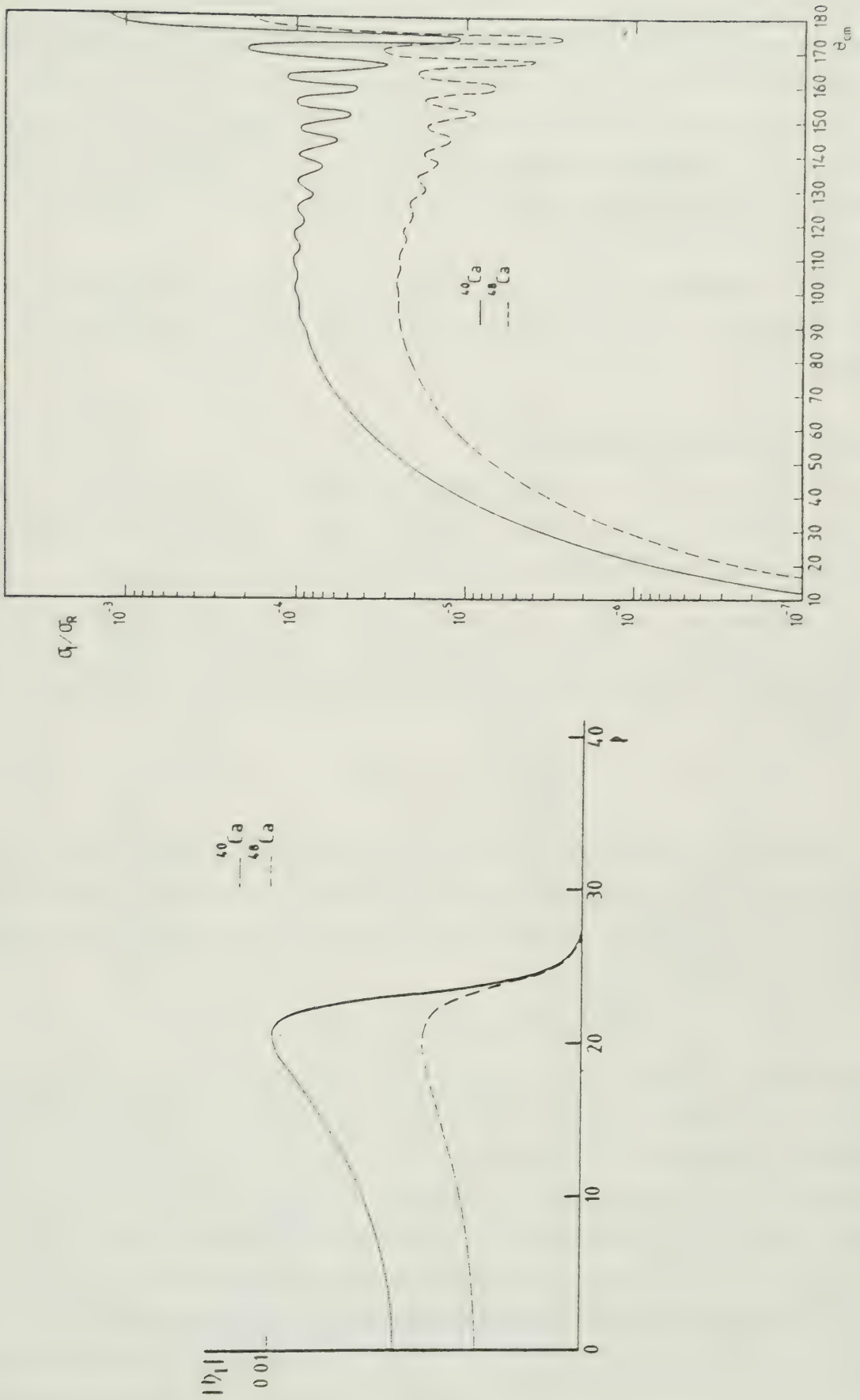


Figure 33 - Comparaison entre les matrices $\mathcal{D}_{\ell}$ (partie gauche) et les sections efficaces $\sigma_f(\theta)$ (partie droite) des deux systèmes.

b) Diffusion inélastique

Nous proposons à présent une méthode pour décomposer la section efficace de diffusion *inélastique* en sections efficaces $\sigma_I(\theta)$ et $\sigma_B(\theta)$. Une méthode analogue a été proposée par Albinski et Michel [23] dans le cas de la diffusion élastique. L'avantage de cette méthode est qu'elle nécessite seulement un minimum de programmation, et peut s'appliquer à un grand éventail de potentiels, de formes diverses.

Mais son avantage principal réside dans le fait que la décomposition de Brink et Takigawa peut être effectuée dans le cas où l'on ne possède pas le code exact.

- Principe général de la méthode

Il s'agit de calculer les amplitudes de diffusion $f_I(\theta)$ et $f_B(\theta)$. Remarquons que si l'absorption est importante, les ondes internes seront toutes absorbées, et seules subsisteront les ondes réfléchies à la barrière.

Notre méthode est basée sur cette constatation. Calculons les amplitudes de diffusion $f_{a.f}(\theta)$ dans le cas d'un potentiel d'absorption forte, c'est-à-dire en augmentant la valeur absolue de W par rapport au potentiel exact. Nous avons alors :

$$f_{a.f}(\theta) \simeq f_B(\theta).$$

En soustrayant cette valeur de l'amplitude de diffusion calculée pour un potentiel d'absorption forte, de la valeur de l'amplitude de diffusion totale calculée pour le potentiel exact, nous obtenons l'amplitude de diffusion correspondant aux ondes internes, soit :

$$f_I(\theta) = f_{exact}(\theta) - f_{a.f}(\theta).$$

Nous avons en premier lieu appliqué cette méthode au cas de la diffusion élastique afin de tester sa validité, puisque dans ce cas nous pouvions comparer les résultats obtenus par notre méthode, aux résultats exacts issus du code de Vanderpoorten. Sur la Figure 54 est présentée la section efficace correspondant aux ondes réfléchies à la barrière, calculée pour le potentiel exact du Tableau III(6) (traits pleins). La courbe en pointillés montre la section efficace calculée pour les mêmes paramètres du potentiel optique, à l'exception de $|W|$ qui a été porté ici à 15 MeV. Nous voyons que l'accord est excellent et qu'effectivement $f_{a.f}(\theta) \simeq f_B(\theta)$. Ainsi nous pouvons accorder toute notre confiance à notre méthode.

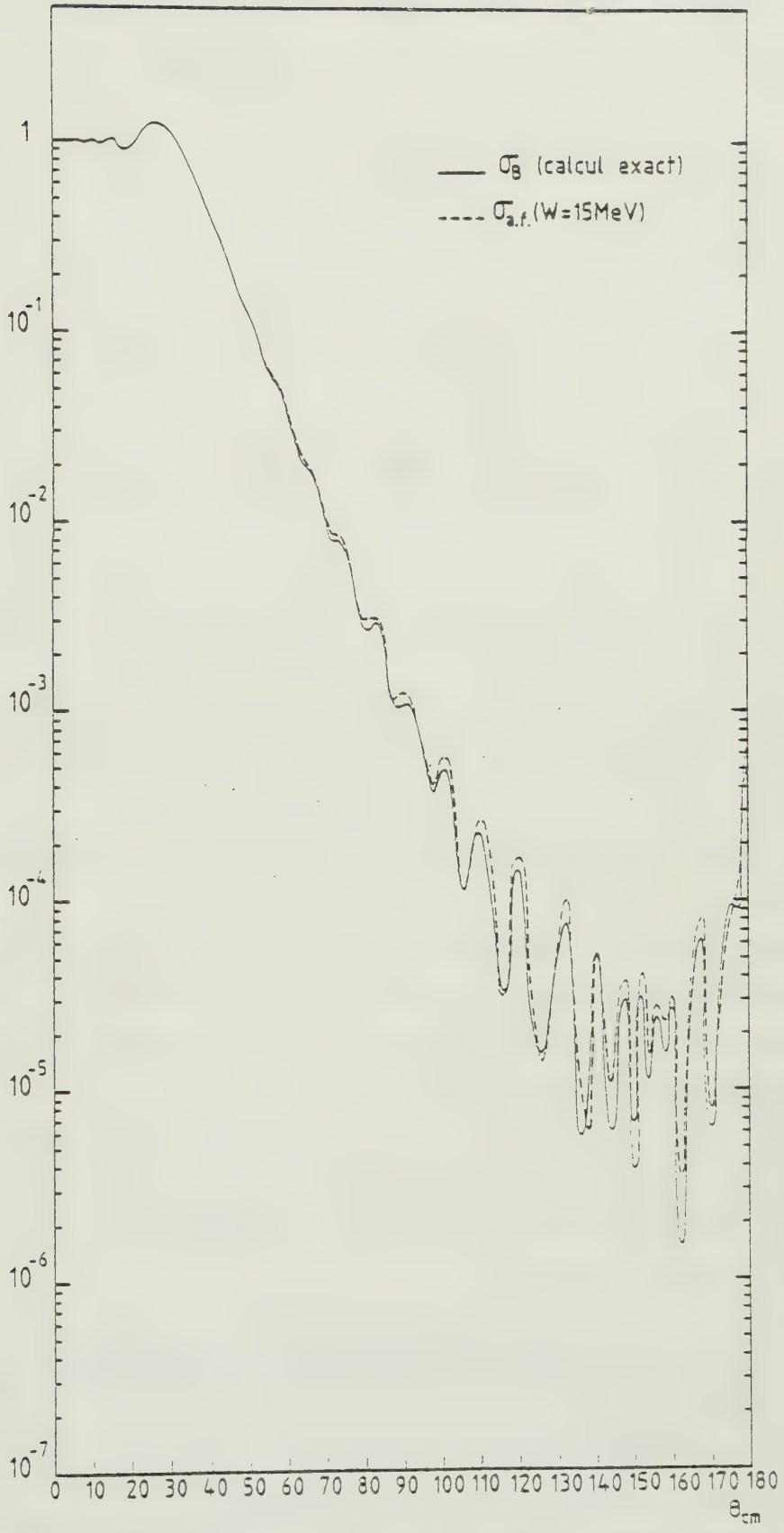


Fig. 54 - Comparaison entre les sections efficaces exacte $\sigma_B(\theta) = |f_B(\theta)|^2$ *et* $\sigma_{a.f}(\theta) = |f_{a.f}(\theta)|^2$.

Nous l'avons alors appliquée au cas de la diffusion inélastique, ce qui n'a jamais été fait à notre connaissance.

Nous avons calculé la section efficace inélastique

$$\sigma(\theta) = \frac{k_f}{k_i} |f(\theta)|^2 \tag{39}$$

dans le cadre de la théorie DWBA :

$$\sigma(\theta) = \left(\frac{\mu}{2\pi \hbar^2}\right)^2 \frac{k_f}{k_i} \sum_M |T_L^M|^2 \tag{40}$$

où

$$T_L^M = \delta(L) \frac{4\pi}{k_i\ k_f} \sum_{\ell\ell'} i^{\ell-\ell'}\ \beta_{\ell\ell'}(k_i\ k_f)\ \sqrt{2\ell'+1}\ Y_{\ell'}^{-M}(\theta,0) < \ell' L - M M | \ell\ 0 > < \ell' L\ 0\ 0 | \ell\ 0 > \tag{41}$$

avec

$$\beta_{\ell\ell'}(k_i\ k_f) = e^{i\{\sigma_\ell(i) + \sigma_{\ell'}(f)\}} \int u_\ell(k_i r)\ U(r)\ u_{\ell'}(k_f r)\ dr \tag{42}$$

où i et f sont relatifs aux voies initiale et finale, $\delta(L)$ est la longueur de déformation, U(r) est le potentiel optique et u_ℓ les fonctions d'onde correspondantes.

Nous possédons un code (PTOLEMY [24]) qui calcule les intégrales radiales $\beta_{\ell\ell'}(k_i\ k_f)$.

Nous avons calculé ces intégrales dans le cas du potentiel exact reproduisant les données expérimentales, puis dans le cas d'un potentiel d'absorption forte. Nous avons obtenu $\sigma(\theta)$ et $\sigma_{a.f}(\theta) \simeq \sigma_B(\theta)$ en portant ces valeurs des intégrales dans les expressions (41) puis (40).

Nous avons ensuite effectué la soustraction des intégrales pour obtenir les amplitudes de diffusions T_L^M correspondant aux ondes internes. En portant ces amplitudes dans l'expression (40), nous avons obtenu la section efficace correspondant aux ondes internes.

Les résultats de cette analyse sont présentés sur la Figure 55. Nous constatons qu'aux angles avant, la section efficace de la diffusion inélastique est dominée par les ondes réfléchies à la barrière, tandis qu'à l'arrière, ce sont les ondes internes qui sont les plus importantes. Les oscillations observées sur la distribution angulaire aux angles intermédiaires sont dues à l'interférence des deux amplitudes, comme l'avait prédit Da Silveira [18]. Les amplitudes des oscillations sont maximales dans le domaine angulaire où les deux contributions sont de même importance.

Donc nous pouvons penser que la réfraction joue un rôle important dans cette région angulaire.

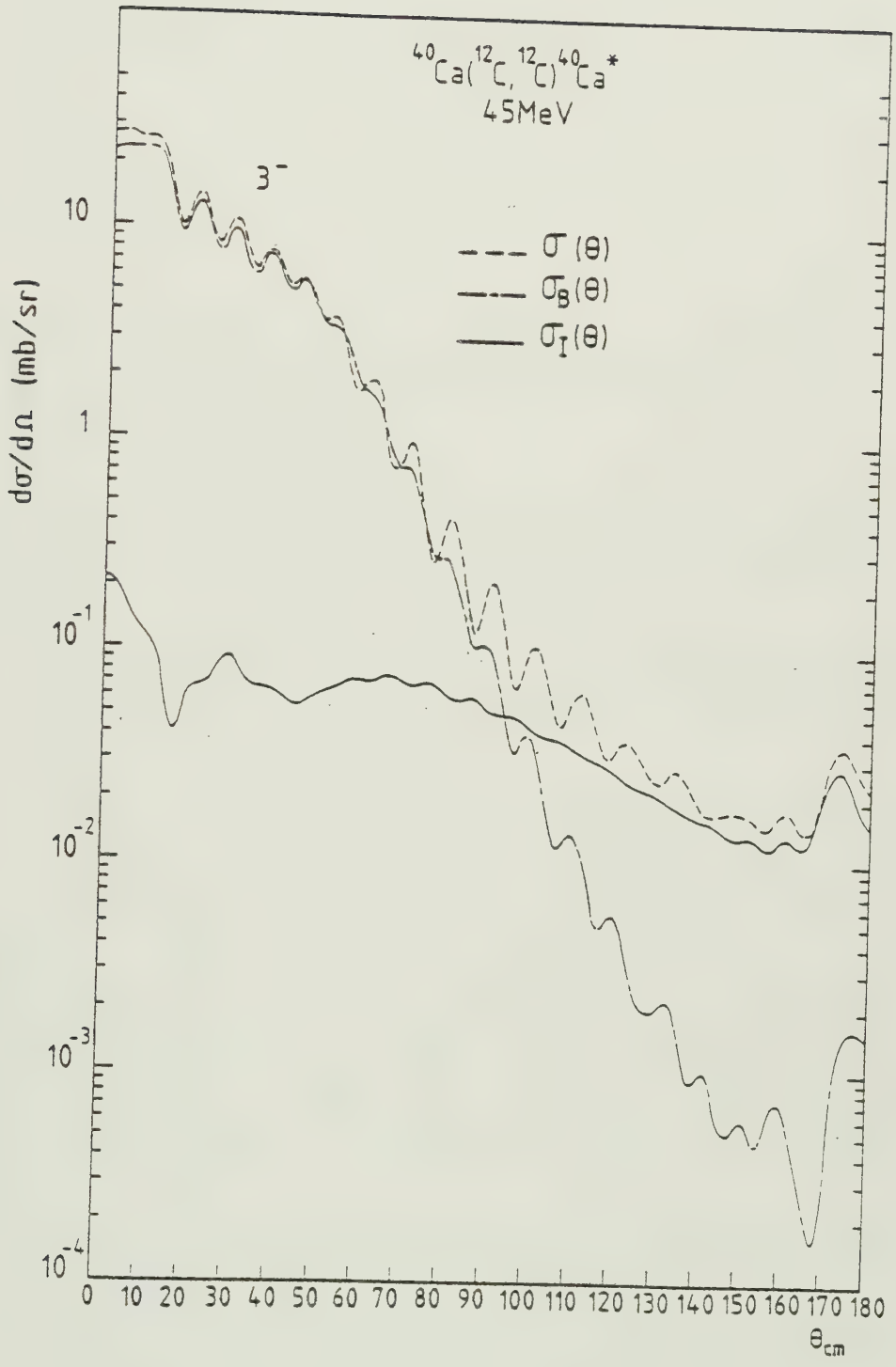


Fig. 55 - Décomposition de la section efficace de la diffusion inélastique en sections efficaces correspondant aux ondes réfléchies à la barrière $\sigma_B(\theta)$, et aux ondes internes $\sigma_I(\theta)$.

Conclusions

Nous avons étudié les diffusions élastique et inélastique $^{40}Ca(^{12}C,^{12}C)^{40}Ca$ et $^{48}Ca(^{12}C,^{12}C)^{48}Ca$ à 45 et 43,25 MeV respectivement.

Le but de ce travail était double :

- d'une part nous voulions voir si les règles de phase de réfraction de Da Silveira entrevues dans l'analyse menée par N. Alamanos [2] pour le système ^{16}O + ^{40}Ca subsistaient pour une autre voie d'entrée ;

- d'autre part, nous souhaitions analyser la différence de comportement des deux isotopes ^{40}Ca et ^{48}Ca à la lumière des méthodes semi-classiques, en plus de l'étude usuelle en modèle optique.

Pour répondre à la première question, nous avons mesuré les distributions angulaires élastique et inélastique de ^{12}C sur ^{40}Ca. La règle de phase de Da Silveira a été nettement mise en évidence entre les oscillations de la diffusion élastique et celles de la diffusion inélastique vers le niveau 3^- dans le domaine angulaire mesuré. Ainsi les oscillations de la distribution angulaire de la diffusion élastique dans la région d'angles intermédiaires ne sont pas dues à la diffraction, mais proviennent de l'interférence de deux amplitudes, une amplitude arc-en-ciel, et une amplitude provenant de la branche négative de la fonction de déflexion.

Nous avons ensuite étudié la différence de comportement entre les deux noyaux à l'aide du modèle optique.

La différence de géométrie (rayons) des deux isotopes est responsable du décalage des distributions angulaires dans la région suivant l'angle arc-en-ciel.

L'étude en modèle optique nous a permis de mettre en évidence le fait que les potentiels nécessaires pour décrire la diffusion d'ions lourds sont transparents en surface. Toutefois nous avons montré que la transparence *à la surface* est beaucoup plus importante pour ^{40}Ca que pour ^{48}Ca. Nous con-

firmons l'observation de Renner [3], à savoir que la diffusivité imaginaire pour ^{48}Ca est beaucoup plus grande que pour ^{40}Ca. L'absorption en surface est beaucoup plus faible pour ce dernier que pour l'isotope lourd.

L'étude de la différence entre les deux noyaux a également été menée à l'aide d'analyses semi-classiques, effectuant, soit une décomposition angulaire (Da Silveira), soit une décomposition radiale (Brink et Takigawa) de l'amplitude de diffusion.

L'analyse angulaire nous a permis de mettre en évidence le fait que les pentes des sections efficaces des diffusions élastiques de ^{12}C sur les noyaux ^{40}Ca et ^{48}Ca, dépendent uniquement du potentiel *réel* et non pas de l'absorption.

Cette analyse nous a montré que la différence entre les isotopes provient de la contribution de la branche négative de la fonction de déflexion, sans que l'on puisse séparer l'effet dû à l'absorption de l'effet dû à la pente de la fonction de déflexion au moment angulaire de mise en orbite.

L'analyse radiale nous a montré que la différence provient des deux contributions interne et barrière. La différence dans l'amplitude des oscillations provient déjà de la partie barrière ; ceci est dû au fait que la diffusion barrière a une composante de déflexion négative.

L'étude que nous avons menée sur les matrices η_I montrent sans ambiguité que les faibles moments angulaires ne contribuent pas à la section efficace $\sigma_I(\theta)$ aux angles arrière. Les structures que l'on pourrait observer pour ces angles sur les distributions angulaires proviennent de la surface.

Nous pouvons donc conclure que la différence de comportement entre les deux isotopes extrêmes de calcium provient de la surface. L'augmentation de l'absorption rend compte de l'ouverture de nouvelles voies de réaction, ce qui n'est pas surprenant si on ajoute 8 extra-nucléons à la couche fermée du ^{40}Ca. La localisation de cet effet à la surface suggère qu'il s'agit de l'ouverture de voies directes.

Nous proposons une décomposition en sections efficaces $\sigma_I(\theta)$ et $\sigma_B(\theta)$ de la section efficace de la diffusion inélastique, et il serait intéressant d'analyser cette décomposition pour en étudier la signification physique.

Une étude des angles situés dans le domaine angulaire précédant la remontée de la section efficace (100° à 140° CM) permettrait de lever certaines ambiguités sur le potentiel optique et d'étudier plus précisément la contribution des moments angulaires à la section efficace. Cependant cette région est expérimentalement difficile à étudier, aussi bien avec le faisceau direct que par la réaction inverse, mais la poursuite de cette étude nécessite de telles mesures.

Références

[1] N. Alamanos, M. Lamehi-Rachti, C. Lévi, L. Papineau et P. Talon, Nucl. Phys. A363 (1981) 477.

[2] N. Alamanos, Thèse 3ème cycle, Université Paris XI (1979).

[3] T.R. Renner, Phys. Rev. 19C (1979) 765.

[4] Wilson et Brewer, Ion beams (John Wileys and sons, 1973).

[5] C.A. Wiedner, M. Goldschmidt, D. Rieck, H.A. Enge et S.B. Kowalski, Nucl. Instr. Meth. 105 (1972) 205.

[6] J. Cerny, Nuclear spectroscopy and reactions (Academic Press, 1974) Part. A.

[7] J.B.A. England, Techniques in nuclear structure physics (MacMillan, 1974).

[8] H. Bethe, Nucl. Instr. Meth. 31 (1964) 1.

[9] J.B. Marion et F.C. Young, Nuclear reaction and analysis. Graphs and Tables (North Holland, 1968).

[10] B. Berthier, Thèse d'Etat, Université Paris XI (1980).

[11] J. Raynal, Saclay Preprint, DPh-T/71-48 (1971).

[12] L. West, Jr., K.W. Kemper et N.R. Fletcher, Phys. Rev. C11 (1975) 859.

[13] N. Gonçalvès, Thèse d'Etat, Université Paris XI (1980).

[14] G.R. Satchler, Introduction to nuclear reactions (MacMillan, 1980).

[15] L. Landau et E. Lifchitz, Mécanique (Mir, 1966).

[16] G. Baym, Lectures on quantum mechanics (W.A. Benjamin Inc., 1969).

[17] K.W. Ford and J.A. Wheeler, Ann. Phys. 7 (1959) 259.

[18] R. Da Silveira et Ch. Leclerq-Willain, J. Phys. Lettres 36 (1975) L177.

[19] J. Knoll et R. Schaeffer, Phys. Rep. 31C (1977).

[20] G.B. Airy, Proc. Cambridge Phil. Soc. 6 (1839) 379.

[21] D.M. Brink et N. Takigawa, Nucl. Phys. A279 (1977) 159.

[22] R. Vanderpoorten, Code KGB2, Unviersité de l'état à Mons, Belgique, non publié.

[23] J. Albinski et F. Michel, Phys. Rev. 25C (1982) 213.

[24] M.H. MacFarlane et S.C. Pieper, ANL Report 76-11-1.